ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 14 NOVEMBRE 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE. — *La gravitation dans la Mécanique de Newton et dans la Mécanique d'Einstein.* Note de M. **Paul Painlevé.**

Le but de cette Note est de préciser les concordances et les divergences des deux théories.

I. *La gravitation d'après Newton.* — Soit $Oxyz$ des axes absolument fixes au sens de Newton, et S une sphère solide matériellement symétrique autour de son centre C. A l'instant t_0, S est abandonné sans vitesse dans une position où C coïncide avec O; si S est très éloigné de tous les autres corps matériels, il restera immobile par rapport au trièdre $Oxyz$ (principe de Kepler).

Supposons maintenant qu'un autre solide analogue S' se trouve, à l'instant t_0, sans rotation initiale, en présence de S, tous les autres corps étant très éloignés du système S', S. En vertu du *postulat des conditions initiales*, le mouvement du système est déterminé par la position et la vitesse de ses éléments à l'instant t_0, c'est-à-dire ici de P (puisque S initialement est sans vitesse, C occupant la position O).

Le plan fixe Π qui contient O, P_0 et la vitesse initiale de P étant un plan de symétrie de ces conditions initiales, la trajectoire de P (comme celle de C) sera contenue dans le plan Π (*axiome de la symétrie*), par suite aussi l'accélération de P. Si, à un autre instant t_1, le système S', S est placé dans les mêmes conditions initiales qu'à l'instant t_0, à une certaine rotation près autour de O, le mouvement du système après l'instant t_1 se déduira par la même rotation du mouvement après l'instant t_1 (*axiome de causalité*). Enfin

si la vitesse initiale de P est nulle, la droite fixe OP_0 est axe de symétrie des conditions initiales; le mouvement de P (comme celui de C) a lieu suivant cette droite; l'accélération de P est donc dirigée selon cette droite; elle est nulle (*principe de l'inertie*) si la distance OP_0 est très grande.

Les axes $Oxyz$ jouissent en outre de cette propriété que, *dans le vide et à grande distance de tout corps matériel*, un rayon lumineux se comporte comme la trajectoire d'un point matériel, c'est-à-dire que la lumière se propage en ligne droite avec une vitesse constante.

Nous donnerons à cet ensemble de principes le nom d'*axiomes newtoniens fondamentaux*.

Dans la théorie des ondulations, le dernier principe se complète du suivant que j'appellerai pour abréger *axiome de Fresnel*.

Dans le vide et à grande distance de tout corps matériel, *la vitesse de la lumière est la même dans tous les sens* ([1]).

Postulat de Galilée. — Les accélérations des éléments du système P, S *à l'instant t, ne dépendent que de la position du système à cet instant et non de ses vitesses* ([2]).

Ce principe a été admis, en fait, par les Newtoniens en vertu des observations astronomiques. Je le distingue néanmoins des précédents, parce que la conception newtonienne de la causalité en Mécanique subsiste même si le principe de Galilée est en défaut.

Admettons ce postulat dans le cas où aucun phénomène électromagnétique ne se mêle à la gravitation. Il entraîne cette conséquence remarquable que *l'accélération de* P *à un instant t est dirigée, ainsi que celle de* C, *suivant la droite* PC *comme dans le cas où les vitesses de* P *et de* S *sont nulles*. L'accélération de P (comme celle de C) est indépendante de la rotation des deux corps S′ et S autour de leur centre. Elles s'annulent, l'une et l'autre, avec $\frac{1}{r}$, si r désigne la distance PC. Enfin, si S′ se réduit à un élément infinitésimal P, l'accélération de S est sensiblement nulle.

En définitive, la théorie newtonienne admet qu'on peut définir une mesure du temps et des distances et choisir des axes *privilégiés* $Oxyz$ de telle façon que tous les principes précédents soient vrais. Si (sans changer la mesure du temps et des distances) on substitue au trièdre $Oxyz$ un trièdre animé

([1]) Dans la théorie de *l'émission*, c'est cette vitesse diminuée géométriquement de la vitesse absolue de la source qui est la même dans tous les sens.

([2]) Le mouvement de P est, pour Galilée, une sorte de *compromis* continuel entre la vitesse acquise et l'influence du corps S.

d'une translation rectiligne et uniforme, tous les principes précédents subsistent, sauf l'axiome de Fresnel.

Nous nous placerons désormais inclusivement dans l'hypothèse OU LE CORPS S′ EST UN ÉLÉMENT INFINITÉSIMAL. Dans ce cas, C reste sensiblement immobile (si sa vitesse initiale est nulle) ou est animé d'un mouvement sensiblement rectiligne et uniforme.

D'où cette conclusion :

Les axes Oxyz *ayant constamment* C *comme origine et des directions absolument fixes (c'est-à-dire en fait fixes par rapport aux étoiles lointaines), tous les axiomes précédents restent vrais (sauf peut-être celui de Fresnel)* [1].

Le mouvement du point P sera donc un mouvement plan. Si r, θ désignent les coordonnées polaires dans ce plan, les équations du mouvement (en vertu des axiomes newtoniens fondamentaux) seront de la forme

$$(1) \qquad \frac{d^2 r}{dt^2} = G\left(r, \frac{dr}{dt}, \frac{d\theta}{dt}\right), \qquad \frac{d^2\theta}{dt^2} = H\left(r, \frac{dr}{dt}, \frac{d\theta}{dt}\right);$$

elles ne dépendront explicitement ni de t, ni de θ.

En vertu du principe de Galilée, l'accélération de P sera centrale et fonction seulement de r; les composantes de l'accélération suivant le rayon vecteur et la normale à ce rayon étant $r'' - r\theta'^2$ et $\frac{d}{dt}r^2\theta'$, les équations (1) prendront la forme

$$(2) \qquad \frac{d^2 r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = F(r), \qquad r^2\frac{d\theta}{dt} = \text{const.},$$

où F est — ou + suivant que l'accélération est dirigée vers O ou en sens contraire.

Les postulats précédents laissent complètement indéterminée la fonction $F(r)$. Des observations astronomiques, Newton a déduit que :

1° *L'accélération* $F(r)$ *est la même* (r *étant donné*) *pour tous les éléments* P (*infinitésimaux*);

2° $F(r)$ *est négatif et inversement proportionnel au carré de la distance.*

---

(1) Si, au postulat de Galilée, on substituait celui-ci (moins restrictif) : « Pour une position déterminée de P et S, *l'accélération de* P (*comme celle de* C) *ne dépend que de la différence géométrique des vitesses absolues de* P *et de* C », une translation rectiligne et uniforme imposée aux axes Oxyz laisserait subsister tous les axiomes précédents, sauf celui de Fresnel, mais on ne pourrait conclure qu'à la forme (1) des équations du mouvement et non à la forme (2).

L'équation de Laplace-Poisson. — Si l'on pose

$$U = \int F(r)\, dr,$$

U sera de la forme

$$U = \frac{\mu}{r},$$

μ désignant une constante positive, la même pour tous les éléments P. On sait que U vérifie, en dehors du corps S, l'équation de Laplace,

$$(3) \qquad \Delta U \equiv \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0,$$

et qu'à l'intérieur de la sphère S (supposée homogène) ΔU est égal à une constante négative (*équation de Poisson*). Inversement, ces conditions imposées à U, jointes à celle de s'annuler à l'infini, imposent à U (en dehors de S) la forme $U = \frac{\mu}{r}$.

Il suit de là, comme on voit, qu'on peut donner à la théorie de la gravitation newtonienne la forme suivante (principe de la moindre action) : *Les trajectoires du point* P *sont les géodésiques du* ds^2

$$ds^2 = (U + h)(dx^2 + dy^2 + dz^2), \qquad (h \text{ constante arbitraire}),$$

où U *est une fonction de* x, y, z *qui s'annule à l'infini dont le* ΔU *est nul à l'extérieur de la sphère* S *et est égal à une constante négative dans* S.

On peut dire encore que U doit être une fonction de r qui satisfait en dehors de S, à l'équation de Laplace.

Substituons maintenant aux coordonnées rectangulaires x, y, z des coordonnées curvilignes quelconques u, v, w. Le ds^2 prend la forme

$$\begin{aligned} ds^2 &= [U(u, v, w) + h] \{ E\, du^2 + 2F\, du\, dv t + \ldots \} \\ &= (U + h)\, d\sigma^2, \end{aligned}$$

où E, F, ... satisfont aux conditions INVARIANTES (équations aux dérivées partielles du deuxième ordre) qui expriment que le $d\sigma^2$ est euclidien, et où $U(u, v, w)$ satisfait à une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre, dont les coefficients dépendent de E, F, ... équation linéaire où U ne figure pas explicitement, et qui est également invariante. On a mis ainsi les équations newtoniennes du point gravitant sous une forme invariante dans n'importe quel changement de variables *spatiales* (où t n'intervient pas).

Mais il importe de remarquer que, quelle que fût la loi de l'attraction

universelle, si par exemple $F(r)$ était en raison inverse de r^{17}, on pourrait encore donner aux équations une forme invariante, qui définirait les lois du mouvement à une transformation près des variables u, v, w. Seulement, cette forme serait beaucoup plus compliquée.

Ces remarques sont importantes pour l'intelligence de ce qui va suivre.

II. *La gravitation d'après Einstein.* — Ayant critiqué avec profondeur la notion de *simultanéité absolue*, et ayant conclu à son inanité, les Einsteiniens posant en principe que, dans toutes nos expériences, nous ne faisons jamais que constater la coïncidence de deux phénomènes au même point de l'espace et au même instant, ou, pour parler leur langage, *au même point de l'espace-temps*. Comme cette coïncidence subsiste quel que soit le changement qu'il nous plaît de faire sur les quatre variables x, y, z, t qui repèrent l'espace-temps, ils concluent au principe suivant que j'appellerai PRINCIPE DE L'INVARIANCE : « *Toutes les conséquences positives de la Science peuvent recevoir une forme invariante dans un changement arbitraire des quatre variables qui définissent l'espace-temps.* »

Ce principe ne me paraît pas contestable, à condition du moins de bien le préciser. Je l'énoncerai, pour ma part, ainsi : « *Il est possible de tirer des lois de la Nature des conséquences invariantes dans tout changement du repérage espace-temps*, ET QUI DÉFINISSENT CES LOIS A UN TEL CHANGEMENT PRÈS. »

Mais précisément parce que ce principe est un truisme incontestable, il ne peut rien donner à lui seul; quelles que soient les lois de la nature qu'il nous plaise d'imaginer, on pourra les y plier. Reprenons, par exemple, les équations newtoniennes du mouvement d'un point gravitant, et effectuons-y sur les quatre variables x, y, z, t le changement en u, v, w, τ le plus général. Nous pourrons en déduire des conséquences *invariantes* dans un tel changement de variables, mais ces conséquences seront ARTIFICIELLES gauches et compliquées.

Ce qu'a cherché tout d'abord Einstein, c'est de substituer aux équations de la Mécanique classique des équations qui leur ressemblent, qui conduisent dans les cas les plus fréquents à des conclusions presque identiques, mais dont la forme naturelle soit invariante dans le changement le plus général des quatre variables espace-temps.

Cette tentative rappelle celle de Lagrange, et en même temps s'en différencie. Lagrange a donné aux équations de la Mécanique une forme invariante dans toute transformation spatiale qui ne touche pas au temps, mais cette forme n'est qu'une autre manière de les écrire. Les Einsteiniens,

eux, *font une retouche* à ces équations, pour étendre l'invariance à la transformation espace-temps.

Soient x_1, x_2, x_3, x_4 les quatre variables arbitrairement choisies, qui repèrent dans l'espace-temps un élément matériel quelconque P, et supposons P en présence d'un milieu *donné*. Les Einsteiniens admettent que son mouvement est défini par les géodésiques d'un ds^2 à quatre variables, forme quadratique en dx_1, dx_2, dx_3, dx_4 et somme d'un carré positif et de trois carrés négatifs.

Dans tout mouvement réel, *le ds^2 reste positif;* les mouvements qui correspondent à $ds^2 = 0$ définissent les trajectoires et la vitesse des rayons lumineux.

Cas d'un élément P *très éloigné de tout autre corps matériel.* — Le ds^2 dans ce cas est euclidien; autrement dit, ses coefficients satisfont aux conditions *invariantes* du deuxième ordre qui sont nécessaires et suffisantes pour qu'on puisse, par un changement convenable des quatre variables, ramener le ds^2 à la forme

$$dt^2 - dx^2 - dy^2 - dy^2.$$

Ceci revient encore à dire que, moyennant un choix convenable, soit x, y, z, t, des variables espace-temps, x, y, z seront des fonctions linéaires de t pour tout élément matériel P placé loin des autres, et pour la trajectoire des rayons lumineux, ces derniers satisfaisant en outre à la condition

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = dt^2.$$

C'est là une conséquence (invariante dans tout changement des variables espace-temps) des axiomes de Kepler et de Fresnel, mais la réciproque n'est pas vraie. Pour avoir le principe complet de Kepler et l'axiome complet de Fresnel, il faudra ajouter que x, y, z sont alors les coordonnées définies par un trièdre trirectangle convenablement choisi et t le temps ordinaire mesuré par un observateur lié à ce trièdre. Il faudra en outre, pour les vérifications expérimentales, modifier matériellement ce trièdre.

Imaginons, par exemple, que pour un observateur lié à la terre et tournant avec elle ainsi que son trièdre $Oxyz$, les corps très éloignés aient une accélération constante, mais formidable, parallèle à la ligne des pôles, et que les rayons lumineux dessinent par suite des paraboles à courbure très accentuée. Le principe d'inertie einsteinien serait vérifié. Pourtant, il serait en complète discordance avec la mécanique newtonienne; le trièdre

par rapport auquel le principe d'inertie serait vrai n'aurait pas ses directions fixes par rapport aux étoiles.

Imaginons encore que, pour les mêmes observateurs, Oz étant parallèle à la ligne des pôles, le mouvement de P soit défini par les équations

$$x = at + b, \qquad y = a_1 t_1 b_1, \qquad z = (a_2 t + b_2)(a_1 t + b_1)(at + b),$$

a, b, a_1, b_1, a_2, b_2 étant six constantes arbitraires.

Le principe d'inertie einsteinien serait vrai, et pourtant il n'existerait aucun trièdre de référence par rapport auquel le principe de Kepler le serait.

Enfin, dernière et importante remarque, le principe d'inertie einsteinien subsisterait même si l'expérience de Michelson avait donné des résultats contraires à ceux qu'elle a effectivement donnés, c'est-à-dire si elle avait mis en évidence le mouvement de la Terre. Il suffit en effet, pour que ce principe soit vrai, qu'il existe *au moins un repérage* pour lequel le principe de Kepler et celui de Fresnel soient vrais simultanément.

En réalité, les Einsteiniens admettent les postulats suivants : soit S un globe matériel ayant la symétrie d'une sphère autour de son centre, très éloigné de tous les autres corps et ne tournant pas par rapport aux étoiles.

Des observateurs sont emportés sur ce globe avec leurs instruments; ils mesurent le temps et les longueurs comme nous les mesurons sur la Terre, et rapportent les positions des autres corps à leur globe; pour ces observateurs, les principes de Kepler et de Fresnel énoncés à la façon ordinaire sont vrais. Ils le seront également pour les observateurs de tout autre globe S′, analogue à S, éloigné de tous les autres, et ne tournant pas par rapport aux étoiles : pour les observateurs de S, S′ sera animé d'une translation rectiligne et uniforme (et réciproquement).

En un mot, parmi tous les repérages possibles, les Einsteiniens admettent qu'il en est de privilégiés : ces repérages coïncident avec ceux qualifiés d'*absolus* par les Newtoniens et répondent aux mêmes postulats fondamentaux, à cette précision près : dans les deux théories, il existe une infinité d'axes privilégiés absolus; dans la théorie d'Einstein comme dans celle de l'émission, la vitesse de la lumière issue d'une source au repos [1] par rapport aux axes absolus choisis $Oxyz$ est la même dans tous les sens (et la

[1] Des travaux récents semblent prouver que cette vitesse est indépendante du mouvement propre de la source, mais la question mérite d'être approfondie et discutée. Dans la théorie de l'émission, c'est la vitesse du rayon lumineux, diminuée géométriquement de la vitesse de la source (par rapport à $Oxyz$) au moment de l'émission, qui est la même pour tous les rayons.

même pour tous les axes absolus); dans la théorie des ondulations, ce n'est vrai que pour les axes absolus fixes relativement à l'éther.

Cette divergence entraîne une différence essentielle dans les formules qui, dans l'une et l'autre théorie, permettent de passer des mesures des observateurs S aux mesures des observateurs S'. Mais je n'insiste pas aujourd'hui sur ce sujet. Il me suffit de retenir cette conclusion : d'après la théorie classique, S reste indéfiniment immobile par rapport à l'éther s'il l'est initialement. Il y a, dans ce cas, coïncidence complète entre les postulats fondamentaux einsteiniens et newtoniens.

Il importe à ce sujet d'éviter une confusion qui s'est glissée dans beaucoup d'esprits et même chez des physiciens à la lecture superficielle de certaines formules audacieuses et trop ramassées, telles que celle-ci : « L'expression des lois de la nature est indépendante du mode de repérage qu'il nous plaît d'adopter. » Ils en ont conclu que, si le globe S, par exemple, tournait par rapport aux étoiles, les observateurs emportés avec lui ainsi que leurs instruments de mesure, verront encore la lumière se propager en ligne droite, puisque l'expression des lois de la nature devrait rester la même. C'est cette interprétation complètement erronée de la théorie de la relativité qui a provoqué tant de discussions sur des expériences telles que celles de M. Sagnac. En réalité si S tourne relativement aux étoiles, la lumière, d'après la théorie classique, décrira pour les observateurs de S une sorte de spirale, à courbure peu accentuée à cause de la grande vitesse de la lumière, et que les formules classiques du changement d'axes permettent facilement de calculer. Dans la théorie d'Einstein, ces formules sont très légèrement modifiées par l'influence de la rotation sur les mesures des observateurs tournants. Mais cette modification est si faible que la spirale einsteinienne décrite par la lumière coïncide avec la spirale classique à des divergences près imperceptibles dans nos expériences actuelles. Cette simple remarque suffit à couper court à toutes les difficultés qu'on a cru pouvoir susciter à propos de l'expérience de M. Sagnac [1].

III. *Cas d'un élément très petit* P *en présence d'un corps sphérique* S, *tous les autres corps étant très éloignés.* — Si le corps S (de centre O) ne tourne pas par rapport aux étoiles, les Einsteiniens admettent que, pour les observateurs de S, le mouvement de P répond à tous les axiomes newtoniens fondamentaux relatifs au cas où S est *absolument fixe*. Rapporté à des axes $Oxyz$ de

---

[1] Voir la Communication de M. Langevin du 7 novembre 1921, Communication qui concorde avec ce qui précède.

directions fixes relativement aux étoiles, le mouvement de P sera donc plan et ses équations en coordonnées polaires r et θ (de pôle O) seront de la forme (1), c'est-à-dire ne dépendront explicitement ni de t ni de θ. Pour aller plus loin, la Mécanique classique admet le *principe de Galilée* (à savoir que l'accélération de P à un instant t ne dépend que de la position de P), et elle parvient ainsi aux équations (2). La Mécanique einsteinienne, elle, admet que les équations du mouvement doivent rentrer dans la classe *très étendue, mais pourtant exceptionnelle* des systèmes d'équations du deuxième ordre qui définissent les géodésiques d'un ds^2 à quatre variables. En vertu des postulats précédents, si l'on adopte le repérage des observateurs de S, à savoir les coordonnées polaires de l'espace de centre O et le temps ordinaire, ce ds^2 doit être alors de la forme

$$(3)\qquad ds^2 = A(r)\,dt^2 - 2B(r)\,dt\,dr - C(r)[r^2\,d\theta^2 + \sin^2\theta\,d\varphi^2] - D(r)\,dr^2.$$

Pour $r = \infty$, en vertu du principe de l'inertie et de l'axiome de Fresnel, on doit avoir $A = V$, $B = 0$, $C = D = 1$, la quantité V désignant la vitesse de la lumière loin de toute matière, vitesse que par un choix convenable d'unités nous supposerons égale à 1.

IV. *Conditions einsteiniennes invariantes.* — Quelles que soient d'ailleurs les fonctions A, B, C, D de r que l'expérience nous conduirait à adopter, il serait toujours possible de former des conditions invariantes auxquelles devraient satisfaire les coefficients de ds^2 quand on y remplace r, θ, φ et t en fonction de quatre variables entièrement quelconques. Mais Einstein veut *a priori* que ces conditions invariantes soient des équations aux dérivées partielles du deuxième ordre d'une forme spéciale, qui s'inspirent à la fois des théories de la gravité newtonienne en coordonnées curvilignes, et de la théorie de la courbure des surfaces ordinaires.

Ce sont ces restrictions capitales, et non le truisme pur et simple de l'invariance, qui parmi les ds^2 de la forme (3) ne laissent subsister que les suivants :

$$(4)\qquad ds^2 = \left[1 - \frac{2\mu}{f(r)}\right][dt - \chi(r)\,dr]^2 - f^2(r)[d\theta^2 + \sin^2\theta\,d\varphi^2] - \frac{f'^2(r)\,dr^2}{1 - \dfrac{2\mu}{f(r)}},$$

où μ est une constante et où f et χ sont deux fonctions arbitraires de r telles seulement que $\chi(r)$ tende vers zéro et $f'(r)$ (toujours positif) tende vers 1, quand r tend vers l'infini.

V. *Réversibilité des mouvements.* — Admettons en outre que les lois du mouvement ne changent pas quand on change t en $-t$; alors dt ne doit

figurer que par son carré, et le ds^2 est nécessairement de la forme (¹)

$$(5) \qquad ds^2 = \left[1 - \frac{2\mu}{f(r)}\right] dt^2 - f^2(r)\left[d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2\right] - \frac{f'^2(r)\, dr^2}{1 - \frac{2\mu}{f(r)}},$$

où f' doit être positif et tendre vers l'unité pour $r = \infty$.

Les Einsteiniens admettent enfin que *la constante* μ *et la fonction* $f(r)$ *sont les mêmes quel que soit l'élément* P.

Enfin si le corps S (de centre O) tournait par rapport aux étoiles, soient $Oxyz$ des axes de direction fixé par rapport aux étoiles : d'après les Einteiniens l'influence de la rotation sur les instruments de mesure, pour les observateurs du globe S, est négligeable à moins d'une rotation formidable, en sorte que tout ce qui précède s'applique encore au mouvement de P par rapport à $Oxyz$.

Comparaison des postulats des théories de la gravitation d'après Newton et Einstein. — Les directions des axes $Oxyz$ étant fixes par rapport aux étoiles et les variables r, θ, φ, t désignant les coordonnées polaires ordinaires de pôle O (centre de S) et le temps mesurés par les observateurs de S, les deux théories admettent les principes concordants suivants :

1° Le mouvement du point P quand il est très éloigné de tous les autres corps est rectiligne et uniforme.

2° Les lois du mouvement autour de O du point gravitant P ne dépendent pas explicitement de t et répondent à la symétrie d'une sphère autour de son centre O.

Par suite, la trajectoire de P est plane, son plan contenant O ; et en coordonnées polaires planes r, θ, les équations de mouvement sont des équations du deuxième ordre où ni θ, ni t ne figurent explicitement [équations de la forme (1)].

3° Les lois du mouvement ne changent pas quand on change t en $-t$.

4° L'accélération d'un élément P pour une position et une vitesse données de cet élément est la même quel que soit cet élément.

5° Dans l'espace interstellaire la lumière se propage en ligne droite avec une vitesse constante pour une direction donnée.

Postulats divergents. — En employant les équations classiques de la Mécanique sous la forme du principe de la moindre action, on peut mettre en parallèle les postulats divergents ainsi :

(¹) Les Einsteiniens qualifient de *statique* tout ds^2 où t ne figure pas explicitement et où dt ne figure que par dt^2. Les propriétés mathématiques de tels ds^2 sont bien connues.

Théorie classique.

1° Si, sans changer le temps, on introduit des coordonnées curvilignes quelconques u, v, w au lieu de x, y, z, les trajectoires du mouvement sont les géodésiques d'un

$$d\sigma^2 = (\mathrm{U} + h)\, d\sigma_1^2,$$

où $d\sigma_1^2$ est une forme quadratique en du, dv, dw, dont les coefficients satisfont aux conditions invariantes (équations aux dérivées partielles du deuxième ordre) qui expriment que le $d\sigma_1^2$ est euclidien et où $\mathrm{U}(u, v, w)$, en dehors du globe S, satisfait à l'équation de Laplace en coordonnées curvilignes, équation invariante du deuxième ordre linéaire et homogène et où U ne figure pas explicitement.

2° Dans la théorie des ondulations, la vitesse de la lumière, loin de tout corps matériel, n'est la même dans tous les sens que si S est absolument fixe et non animé d'une translation par rapport à l'éther.

Dans la théorie de l'émission, la vitesse de la lumière est la même dans tous les sens si la source lumineuse est fixe par rapport aux axes $Oxyz$.

Théorie d'Einstein.

1° Les mouvements de P sont définis par les géodésiques d'un ds^2 à quatre dimensions dont les coefficients doivent satisfaire à certaines conditions invariantes dans n'importe quel changement des variables espace-temps, conditions aux dérivées partielles du deuxième ordre, de forme spéciale et qui laissent au problème le degré d'indétermination que l'expérience semble indiquer.

2° La vitesse de la lumière loin de tout corps matériel est la même dans tous les sens, et les géodésiques pour lesquelles ds^2 est nul définissent les trajectoires et le mouvement de la lumière.

Conclusions de tous les postulats (avec l'emploi des variables t, r, θ, φ).

Théorie classique :

$$d\sigma^2 = \left(\frac{\mu_1}{r} + h\right) \times [dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2)],$$

μ_1 constante.

Théorie d'Einstein :

$$ds^2 = \left[1 - \frac{2\mu}{f(r)}\right] dt^2 - f^2(r)[d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2] - \frac{f'^2(r)\, dr^2}{1 - \frac{2\mu}{f(r)}},$$

μ constante, f fonction arbitraire de r telle que $f'(r)$ soit positif et tende vers zéro avec $\frac{\mu}{r}$.

Comparaison avec les observations astronomiques. — Dans ces observations, le maximum et le minimum r_1 et r_2 de la distance de la planète P au centre du soleil S sont parmi les éléments les mieux mesurés. Soit ω l'angle de ces deux rayons vecteurs r_1, r_2 et posons :

$$r_1 + r_2 = 2a, \qquad \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2} = e;$$

dans la théorie newtonienne, a est le demi-grand axe et e l'excentricité de l'ellipse keplérienne. Soit enfin T l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux périhélies successifs. Dans la théorie newtonienne, des formules classiques donnent

$$(6) \qquad \mu_1 = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}, \qquad \omega = \pi.$$

Dans la théorie einsteinienne, la trajectoire de P ne se ferme pas ([1]), et si l'on pose

$$f(r_1) = f_1, \qquad f(r_2) = f_2, \qquad 2\alpha = f_1 + f_2,$$

on a

$$(7) \qquad \frac{\mu}{1 + 6\dfrac{\mu}{\alpha}} = 4\pi\frac{\alpha^3}{T^2} \qquad \text{et} \qquad \omega - \pi = 3\pi\mu\frac{f_1 + f_2}{f_1 f_2}.$$

En outre, la déviation δ d'un rayon lumineux issu d'une étoile et passant près du bord du Soleil pour un observateur très éloigné placé de l'autre côté du Soleil est

$$(8) \qquad \delta = \frac{4\mu}{f(l)},$$

l désignant le rayon du Soleil.

Dans toutes ces formules, les unités sont choisies de façon que la vitesse de la lumière V soit égale à 1.

La comparaison des formules (6) et (7) montre que μ doit différer très peu de μ_1 et $\frac{f(r)}{r}$ très peu de l'unité (du moins dans le champ des observations astronomiques). La quantité $\frac{4\pi^2\alpha^2}{T^2}$ différera donc très peu de $\frac{4\pi^2 a^2}{T^2}$ et de $\frac{\mu}{l}\frac{l}{a} = \frac{4l}{10^6 a}$ (en chiffres ronds). Pour chaque planète, la quantité $\frac{\mu}{r}$ sera inférieure à $\frac{4}{10^6}\frac{l}{a(1-e)} < \frac{4}{10^6}$.

Einstein admet que $f(r) \equiv r$; cette identification n'est donc pas une conséquence de la relativité, mais elle est imposée *approximativement* par une première confrontation avec les observations astronomiques.

([1]) L'année sidérale T′ (temps nécessaire pour que le rayon vecteur SP reprenne la même direction stellaire) diffère alors de T; elle est plus courte d'une petite durée qui dépend de la direction stellaire SE prise comme repère; la différence est maxima si SE coïncide avec la direction de l'aphélie (au début de l'année mesurée) et minima si SE coïncide avec la direction du périhélie.

Si on l'admet, on peut écrire

$$(9) \qquad \varpi - \pi = \frac{6\pi\mu_1}{(1-e^2)a}(1+\eta), \qquad \delta = \frac{4\mu_1}{l}(1+\eta_1),$$

μ_1 désignant la valeur keplérienne $\frac{4\pi^2 a^3}{T^2}$ très approximativement commune à toutes les planètes, et η, η_1 deux quantités très petites devant l'unité.

Les formules (9) sont vérifiées pour l'avance du périhélie de Mercure et pour la déviation d'un rayon lumineux rasant le bord du Soleil. Mais on n'en peut conclure que la loi rigoureuse de la gravitation soit donnée par $f(r) \equiv r$.

Posons, en effet,

$$(10) \qquad f(r) = r[1 + \varepsilon(u)] \quad \text{avec} \quad u = \frac{\mu}{r},$$

la fonction $\varepsilon(u)$ étant assujettie à être très petite pour $r > l$ $\left(\text{par exemple inférieure à } \frac{1}{10^3} \text{ pour } u < \frac{4}{10^6}\right)$ et telle de plus que $u\frac{d\varepsilon}{du} - \varepsilon(u)$ tende vers zéro avec u et reste inférieur à 1 pour $u < \frac{4}{10^6}$. *Les deux formules* (9) *subsistent* (η et η_1 restant très petits devant l'unité) et les deux vérifications qui ont si justement frappé l'opinion sont exactement aussi satisfaisantes.

Mais la première des formules (7) donne alors, en appelant ε_1 et ε_2 les valeurs de ε qui correspondent à r_1 et r_2,

$$(11) \qquad \frac{4\pi^2 a^3}{T^2} = \mu\left[1 - \frac{6\mu}{a} + \frac{3\varepsilon_1}{2}(1+e) - \frac{3\varepsilon_2}{2}(1-e)\right].$$

Einstein choisit $\varepsilon \equiv 0$ et l'on peut prendre pour μ la valeur

$$\frac{4\pi^2 a^3}{T^2}\left(1 + \frac{24\pi^2 a^2}{T^2}\right)$$

calculée pour Mercure [1]. Mais il n'en résulte pas que le choix $\varepsilon \equiv 0$ soit celui qui rende le mieux compte des observations astronomiques.

L'étude des *trajectoires seules* (trajectoire d'une planète ou trajectoire d'un rayon lumineux) ne permet pas de choisir aucune de ces fonctions $\varepsilon(r)$ de préférence aux autres; dans l'état actuel de nos mesures, toutes se valent.

---

[1] Cette valeur coïncide avec la constante μ, de Kepler, à une erreur *relative* près moindre que $\frac{1}{7 \times 10^6}$.

Seule l'étude très précise du *temps* (durée des années de chaque planète) peut déterminer la fonction $\varepsilon(r)$. Encore faut-il que la planète soit sans satellite; sinon, il faut aborder le problème de trois corps au moins en présence, et les complications de la théorie einsteinienne deviennent formidables. D'une manière générale, il faudrait, en partant de la formule einsteinienne, où la fonction $\varepsilon(r)$ est indéterminée, refaire les Tables de Le Verrier suivant la nouvelle doctrine, et déterminer la fonction $\varepsilon(r)$ qui s'accorde le mieux avec les observations astronomiques. Dans l'état actuel des choses, nous pouvons aussi bien, au lieu de $f(r)=r$, choisir $f(r)$ par exemple par la condition

$$\frac{f^2}{1-\frac{2\mu}{f}}=r^2;$$

le ds^2 devient alors

$$(12)\qquad \left(1-\frac{2\mu}{f}\right)[dt^2-r^2(d\theta^2+\sin^2\theta\,d\varphi^2)]-\frac{f'^2\,dr^2}{1-\frac{2\mu}{f}};$$

l'accélération de P passe par O; elle est *centrale*, au lieu que, d'après la loi d'Einstein, elle a une composante normale à OP.

Approximativement $\left(\text{en négligeant } \frac{\mu^2}{r^2} \text{ devant l'unité}\right)$, on a

$$f=r-\mu,$$

et le dernier ds^2 peut s'écrire

$$(12\ bis)\qquad \left(1-\frac{2\mu}{r}\right)[dt^2-r^2(d\theta^2+\sin^2\theta\,d\varphi^2)]-\frac{dr^2}{1-\frac{2\mu}{r}}.$$

On peut choisir encore $f(r)$ par la condition

$$\frac{f'^2}{1-\frac{2\mu}{f}}=1,$$

ou *approximativement*

$$f=r\left[1-\frac{\mu}{r}\log\frac{r}{\mu}\right],$$

d'où

$$(13)\qquad ds^2=\left(1-\frac{2\mu}{r}\right)dt^2-r^2\left(1-\frac{2\mu}{r}\log\frac{r}{\mu}\right)(d\theta^2+\sin^2\theta\,d\varphi^2)-dr^2.$$

On pourrait prendre encore

$$\frac{f'^2}{\left(1-\frac{2\mu}{f}\right)^2}=1,$$

d'où approximativement

$$f = r\left(1 - \frac{2\mu}{r}\log\frac{r}{\mu}\right)$$

et

$$(14) \qquad ds^2 = \left(1 - \frac{2\mu}{r}\right)(dt^2 - dr^2) - r^2\left(1 - \frac{4\mu}{r}\log\frac{\mu}{r}\right)(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2).$$

En outre, si l'un des ds^2 ainsi adoptés présente des divergences avec les *durées* astronomiques observées, on pourrait toujours les faire disparaître par l'addition à ε de termes de la forme

$$b\left(\frac{\mu}{r}\right)^n \quad (n > 1.$$

Enfin, on pourra toujours, *ad libitum*, ajouter à ε un terme arbitraire de cette forme, n étant assez grand pour que ce terme soit petit mais appréciable pour $r = e$ (surface du Soleil), mais complètement négligeable pour Mercure et les planètes plus éloignées. Il ne sera donc pas *logiquement* possible, si loin qu'on pousse les vérifications, de choisir entre trois ds^2 de la forme (5) où le coefficient de dr^2 est respectivement plus grand que 1, égal à 1 et plus petit que 1.

D'après certaines conceptions d'Einstein, que je considère quant à moi, je l'ai dit déjà, comme audacieuses et spéculatives, sa loi de gravitation entraînerait cette conséquence que tous les corps se contractent *de la même manière* $\left(\text{à savoir dans le rapport } \sqrt{1 - \frac{2\mu}{r}}\right)$ dans le sens du Soleil, quand ils s'en rapprochent. Pour qu'une telle affirmation fût admissible, il faudrait que la loi de gravitation d'Einstein fût la loi UNIQUE imposée par sa doctrine; mais il n'en est rien, et la même conception, appliquée au ds^2 (14), conduirait à la conclusion inverse. Il est vrai qu'en ce qui concerne l'influence de la gravitation sur la fréquence des vibrations d'un atome, le coefficient de dt^2 est à peine modifié par les divers choix de $\varepsilon(r)$, et par conséquent le sens de la conclusion n'est pas renversé. Mais si l'esprit même de la conception est contestable dans le cas des longueurs, comment ne le serait-il pas pour les durées?

Mais si intéressantes qu'elles soient, ces conceptions métaphysiques scientifiques peuvent crouler, sans que soit détruite la théorie positive de la gravitation, construite par Einstein.

ASTRONOMIE. — *Sur un cas particulier de diffraction des images des astres circulaires et la détermination de leurs diamètres.* Note de M. **Maurice Hamy.**

J'ai abordé, dans diverses publications, l'étude du problème suivant :

« Un astre circulaire, de diamètre 2ε, de l'ordre de grandeur de celui du Soleil, étant observé au foyer d'une lunette, diaphragmée par une fente rectiligne, de largeur a et de longueur h, trouver la valeur de l'intensité lumineuse, le long de l'axe de symétrie de l'image, parallèle au grand côté de la fente, dans une direction faisant l'angle φ avec la droite allant de l'observateur au centre de l'astre. »

Mon dernier Mémoire, publié sur ce sujet [1], est consacré à l'examen de l'hypothèse où le disque possède un éclat uniforme. Une des conséquences de ce travail est de fournir un moyen direct de détermination du diamètre angulaire véritable de l'astre, tel qu'on l'observerait si le phénomène de la diffraction n'existait pas. C'est ce que je me propose de montrer, dans la présente Communication, après avoir rappelé quelques résultats auxquels conduit la théorie.

Il y a lieu tout d'abord de faire une distinction entre le bord géométrique de l'image, c'est-à-dire le bord de l'image que l'on observerait au foyer de la lunette s'il n'y avait pas de diffraction, et le bord optique, c'est-à-dire l'apparence de contour limite que constate l'observateur et qui est une conséquence de la variation très rapide, mais en réalité continue, de l'intensité lumineuse, dans le voisinage du bord géométrique. Le bord optique résulte d'une impression purement physiologique, tenant à l'imperfection de la vision, et n'est pas susceptible de définition physique. Quoi qu'il en soit, c'est sur lui que portent les pointés exécutés par l'observateur. La question à résoudre est de trouver une correction permettant de ramener les observations à ce qu'elles seraient si l'on pouvait pointer le bord géométrique.

Appelons λ la longueur d'onde des radiations admises dans l'œil de l'observateur, après le passage des rayons à travers l'oculaire et un écran monochromatique convenable, et posons

$$m = \pi \frac{h \sin \varepsilon}{\lambda}, \qquad n = \pi \frac{a \sin \varepsilon}{\lambda}.$$

---

(1) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 1920.

D'après la théorie, l'intensité absolue au point A, où le bord géométrique est rencontré par l'axe de symétrie de l'image parallèle au grand côté h de la fente, est proportionnelle à

$$-\frac{32}{3}\frac{n^2}{m}m^{\frac{3}{2}}\left[\sqrt{\frac{n^2}{m}}+3\sqrt{2\pi}\,S_0\right],$$

S_0 désignant une fonction de $\frac{n^2}{m}$. En conséquence, si l'on fait varier la longueur h de la fente, en donnant à tout instant à la largeur a une valeur telle que le rapport $\frac{n^2}{m}$ reste constant, l'intensité au point considéré A varie proportionnellement à $m^{\frac{3}{2}}$ ou, ce qui revient au même, à $h^{\frac{3}{2}}$.

D'autre part, quand on fait varier le grossissement G de l'oculaire de la lunette, l'éclat des images virtuelles, vues à travers l'oculaire, varie comme $\frac{1}{G^2}$. Si donc on examine l'image virtuelle i_1, correspondant à une fente de longueur h, avec un oculaire de grossissement G, puis l'image i_2, correspondant à une fente de longueur $\frac{h}{2}$, avec un oculaire de grossissement $\frac{G}{2}$, l'éclat de l'image au point A, dans la seconde hypothèse, a pour valeur le produit par $\sqrt{2}$ de l'éclat de l'image au même point, dans la première. En introduisant, entre l'œil et l'oculaire, une lame absorbante d'opacité égale à $\sqrt{2}$, pour observer l'image i_2, on ramène l'éclat au point A de cette image à égaler celui qui se manifeste au même point, dans l'observation de l'image i_1. Nous supposerons, dans ce qui suit, sans nouvelle spécification, que l'éclat de l'image i_2 a été réduit comme on vient de l'expliquer.

Prenant comme unité d'intensité, l'intensité au bord géométrique, dans le Mémoire déjà cité, j'ai étudié la fonction qui fournit l'intensité relative, le long de l'axe de symétrie de l'image parallèle au grand côté de la fente. J'ai établi que la variation de cette fonction est maximum, dans le voisinage immédiat du bord géométrique, lorsque $\frac{n^2}{m}=\frac{1}{2}$. Le bord optique est aussi tranché que possible, lorsque cette condition est satisfaite. En raison de cette circonstance, j'ai étudié en détail la fonction fournissant l'intensité relative, pour $\frac{n^2}{m}=\frac{1}{2}$. Un résultat important, auquel je suis parvenu, est le suivant : l'intensité relative est une fonction décroissante $f(\xi)$ de la

variable unique

$$\xi = \frac{h}{\lambda}(\sin\varphi - \sin\varepsilon),$$

lorsque la longueur h reçoit des valeurs de l'ordre de grandeur de l'ouverture des lunettes astronomiques couramment employées dans les observatoires. h et φ ne figurent alors pratiquement, dans cette fonction, que parce que ces paramètres rentrent dans la composition de ξ. L'approximation est de l'ordre du dix-millième, lorsque h a pour valeur 1^{m}.

Dans le voisinage du bord géométrique de l'image, φ est très voisin de ε et l'on a

$$\xi = \frac{h}{\lambda}\left[(\varphi - \varepsilon)\cos\varepsilon - \frac{\sin\varepsilon}{2}(\varphi - \varepsilon)^2 + \ldots\right].$$

Il en résulte, comme ε est de l'ordre de grandeur de $\frac{1}{215}$, que l'on peut prendre alors

$$\xi = \frac{h}{\lambda}(\varphi - \varepsilon),$$

c'est-à-dire que ξ est, dans ce cas, proportionnel à la distance angulaire, au bord géométrique, du point de l'image où porte l'observation.

L'identité

$$f\left[\frac{h}{\lambda}(\varphi - \varepsilon)\right] = f\left[\frac{\frac{h}{2}}{\lambda}2(\varphi - \varepsilon)\right]$$

conduit à une propriété essentielle des images virtuelles i_1 et i_2, observées le long de l'axe de symétrie parallèle au grand côté de la fente, dans le voisinage du bord géométrique. Elle montre que l'intensité de l'image i_1, à la distance angulaire $\varphi - \varepsilon$ du bord géométrique, est identique à l'intensité de l'image i_2, à la distance angulaire $2(\varphi - \varepsilon)$ du même bord. Or, comme l'image i_1 est observée avec un oculaire deux fois plus grossissant que l'oculaire servant à examiner l'image i_2, l'angle sous lequel l'œil de l'observateur aperçoit l'espace séparant du point A le point de l'image i_1, situé à la distance angulaire $\varphi - \varepsilon$ de A (distance angulaire vue du point nodal d'émergence de l'objectif de la lunette), cet angle, dis-je, est égal à celui sous lequel l'œil voit l'espace séparant du point A le point de l'image i_2, situé à la distance angulaire $2(\varphi - \varepsilon)$ de A.

Il résulte de ce qui précède, que les manifestations lumineuses, le long de l'axe de symétrie des images i_1 et i_2, parallèle au grand côté de la fente, se présentent exactement sous le même aspect, pour l'observateur, dans le

voisinage du bord géométrique. Lorsqu'il pointe le bord optique de l'image i_1, il place le fil micrométrique en un point du champ situé à une distance angulaire ψ, inconnue mais faible, du bord géométrique et l'espace séparant ce fil de A serait vu par lui, à travers l'oculaire, sous un angle ω, si ce dernier bord était visible. Comme conséquence de ce que l'on vient de dire, l'observateur ayant affaire à des manifestations lumineuses identiques, dans le cas de l'image i_2, pointera le bord optique de cette image de façon à apercevoir l'espace compris entre le fil et le point A, sous l'angle ω, à travers l'oculaire, comme précédemment. Mais cet angle correspond maintenant à une distance angulaire du fil au bord géométrique égale à 2ψ (distance angulaire vue de l'objectif de la lunette).

En résumé, en pointant le bord optique de l'image i_1, on place le fil micrométrique à une certaine distance angulaire du bord géométrique; en pointant le bord optique de l'image i_2, on place ce fil à une distance angulaire double du bord géométrique. Appelons δ_1 la distance angulaire des deux points du bord optique de l'image i_1 de l'astre, placés sur l'axe de symétrie déjà considéré, et δ_2 la distance angulaire des deux points analogues de l'image i_2. Il résulte des considérations développées ci-dessus que la différence $2\delta_1 - \delta_2$ est exactement égale au diamètre géométrique de l'astre. Or l'expérience fait directement connaître δ_1 et δ_2.

Cette règle si simple, pour déterminer le diamètre géométrique, il convient d'insister sur ce point, est une conséquence de la grandeur du disque de l'astre. Elle ne saurait s'appliquer à l'observation des diamètres des planètes dont les dimensions sont beaucoup trop petites, pour que les résultats théoriques, sur lesquels nous nous sommes appuyés, soient valables.

L'application de la méthode au Soleil suppose que l'on puisse, sans erreur sensible, faire abstraction des variations d'éclat du disque. Par ailleurs, les images des bords doivent être totalement dépourvues d'ondulations. A cet égard, j'ai déjà eu l'occasion d'appeler l'attention sur les avantages que l'on retirerait de l'emploi des glaciers, comme stations d'observations. On éviterait ainsi les mouvements de convection de l'air échauffé par le sol, dans les stations ordinaires, agitations qui sont la cause principale des perturbations des images pendant le jour.

Resterait à savoir ce que vaut, au point de vue qui nous occupe, l'assimilation du Soleil à un astre uniformément lumineux. Sans pouvoir donner encore d'indications positives à cet égard, j'ai cependant lieu de croire, dès maintenant, que la méthode d'observation signalée ci-dessus demeure valable lorsqu'on tient compte de la décroissance d'éclat du disque du

centre au bord. Mais je ne pourrai me prononcer d'une façon définitive sur ce point tant que des travaux théoriques étendus, actuellement en cours, seront inachevés.

ASTRONOMIE. — *Nouvelles formules pour le calcul de la ligne de recherche d'une petite planète.* Note de M. **Louis Fabry.**

A cause des perturbations produites par Jupiter et Saturne, les positions des petites planètes, calculées avec les formules du mouvement elliptique autour du Soleil, diffèrent des positions observées. Les écarts Obs. — Calc. donnés par les éphémérides atteignent parfois plusieurs degrés.

Mais les perturbations affectent surtout la longitude dans l'orbite, de sorte qu'une planète se trouve toujours dans le voisinage d'une ligne, appelée *ligne de recherche,* qui est la projection apparente de son orbite elliptique sur la sphère céleste. La distance angulaire de la planète à cette ligne dépasse rarement 10 à 15 minutes d'arc, tandis que l'écart en ascension droite est quelquefois de plusieurs degrés.

Cette ligne a donc une grande importance pour les observateurs ; sa connaissance facilite beaucoup la recherche, visuelle ou photographique, d'une planète; et permet aussi, après qu'on l'a trouvée, de la distinguer de celles qui pourraient se rencontrer dans son voisinage.

Sur une carte céleste peu étendue, la ligne de recherche peut être confondue avec une ligne droite qui, pendant la durée d'une éphéméride d'opposition, se déplace à peu près parallèlement à elle-même. De sorte qu'il suffit de la calculer pour l'époque de l'opposition et de l'indiquer par sa direction : changement de déclinaison qui correspond à un changement d'une minute de temps en ascension droite.

Mais il est à remarquer que cette direction de recherche, qui ne varie presque pas pendant deux ou trois mois, change au contraire complètement d'une opposition à la suivante. En outre, elle diffère en général beaucoup de la trajectoire apparente de la planète, qu'on obtient en reportant sur une carte céleste les positions données par l'éphéméride. Ce n'est que dans une orbite à inclinaison nulle que la trajectoire apparente et la ligne de recherche coïncideraient, toutes deux se confondant avec l'écliptique.

L'astronome qui calcule une éphéméride peut obtenir très facilement la ligne de recherche, en déplaçant la planète dans son orbite et laissant la Terre fixe. Pour cela, il suffit de refaire les dernières lignes d'une colonne

de calcul en conservant les coordonnées du Soleil X, Y, Z, sans changement et prenant les coordonnées de la planète x, y, z, ou dans la colonne précédente, ou dans la suivante. Le rapport du changement de la déclinaison au changement de l'ascension droite, exprimé en minutes de temps, fournit la direction cherchée.

Il est bon de faire les deux petits calculs et prendre la moyenne des résultats, lesquels diffèrent légèrement l'un de l'autre. En effet, si les colonnes successives sont séparées par un intervalle d'une dizaine de jours, la ligne de recherche se trouve calculée par une longueur assez grande. Comme elle est légèrement courbe, les deux cordes rectilignes obtenues par des déplacements de la planète à droite ou à gauche ne coïncident pas rigoureusement; on prend la moyenne qui coïncide sensiblement avec la tangente.

Lorsqu'une planète s'écarte quelque peu de son éphéméride et que la direction de recherche n'est pas indiquée, l'observateur est fort embarrassé, d'abord pour chercher la planète, ensuite, s'il la trouve, pour la distinguer de celles qui peuvent être dans son voisinage. Il importe donc de pouvoir déduire cette direction des coordonnées géocentriques, ascension droite, déclinaison, distance à la Terre, fournies par l'éphéméride.

M. Lagrula, de l'Observatoire de Nice, qui retrouve les planètes en projetant visuellement une carte photographique sur le Ciel, au moyen d'un appareil spécial inventé par lui, avait particulièrement besoin de résoudre ce problème. Il l'a résolu, en effet, au moyen de formules publiées dans le *Bulletin astronomique*, t. 35, p. 228.

A cause de l'importance de la question dans les études concernant les petites planètes, je voudrais faire connaître aussi les formules que j'emploie dans le même but. On peut les déduire de celles que M. Lagrula a publiées, mais il est plus simple de les établir directement :

Le déplacement apparent d'une planète peut se décomposer en deux parties, l'une due au déplacement de l'astre sur son orbite, l'autre due au déplacement de la Terre. En retranchant ce dernier mouvement du mouvement apparent donné par l'éphéméride, on obtiendra donc le mouvement dû au seul déplacement de la planète, c'est-à-dire la ligne de recherche.

Désignons par Æ, D, Δ les coordonnées géocentriques de la planète : ascension droite, déclinaison, distance à la Terre; par m, m' les mouvements apparents d'ascension droite et de déclinaison en un jour, exprimés respectivement en minutes de temps et minutes d'arc. Toutes ces quantités sont fournies par l'éphéméride.

Soient X, Y, Z les coordonnées géocentriques équatoriales du Soleil

données par la *Connaissance des Temps;* x, y, z les coordonnées héliocentriques de la planète. Les formules connues du calcul des éphémérides donnent

$$\Delta \cos D \cos Æ = X + x,$$
$$\Delta \cos D \sin Æ = Y + y,$$
$$\Delta \sin D = Z + z.$$

Différentions ces équations, en donnant aux coordonnées X, Y, Z le petit accroissement qui correspond au mouvement de la Terre pendant un jour, et laissant la planète fixe, donc x, y, z sans variations, nous obtenons

$$-\Delta \cos D \sin Æ\, dÆ - \Delta \sin D \cos Æ\, dD + \cos D \cos Æ\, d\Delta = X' - X,$$
$$+\Delta \cos D \cos Æ\, dÆ - \Delta \sin D \sin Æ\, dD + \cos D \sin Æ\, d\Delta = Y' - Y,$$
$$+\Delta \cos D\, dD + \sin D\, d\Delta = Z' - Z.$$

X, Y, Z; X′, Y′, Z′, désignent les coordonnées rectangulaires géocentriques du Soleil, prises dans la *Connaissance des Temps* à un jour d'intervalle. Le calcul étant fait pour minuit d'une date de l'éphéméride, on prendra X, Y, Z à midi de cette date et X′, Y′, Z′ à midi du lendemain.

Ces équations nous donnent les variations $dÆ$, dD dues au mouvement de la Terre. En les retranchant du mouvement apparent, nous obtenons les variations dues au mouvement de la planète seule :

$$\delta Æ = m + \frac{(X' - X)\sin Æ - (Y' - Y)\cos Æ}{\Delta \cos D \sin 1^{m}},$$
$$\delta D = m' + \frac{(X' - X)\cos Æ \sin D + (Y' - Y)\sin Æ \sin D - (Z' - Z)\cos D}{\Delta \sin 1'},$$

les facteurs $\sin 1^{m}(\log = \overline{3},6398)$ et $\sin 1'(\log = \overline{4},4637)$ ont été introduits pour exprimer les déplacements en minutes de temps et minutes d'arc.

Le rapport des nombres donnés par les deux formules ci-dessus, $\frac{\delta D}{\delta Æ}$, fait connaître la ligne de recherche.

Par ces formules, ou celles de M. Lagrula, on peut déduire facilement la direction de recherche d'une planète des coordonnées géocentriques fournies par son éphéméride. Cependant le travail des observations astronomiques étant par lui-même absorbant et pénible, il est à désirer que ce calcul soit évité aux observateurs. C'est-à-dire que les astronomes qui publient des éphémérides y indiquent la direction de recherche : changement de déclinaison pour chaque accroissement d'une minute en ascension droite. Car ce nombre calculé, comme il est dit ci-dessus, avec les quantités dont ils disposent, n'ajoute qu'un très petit supplément à leurs colonnes de calcul.

ASTRONOMIE. — *Sur un astéroïde à orbite cométaire.*
Note de MM. **Gonnessiat** et **Renaux**.

Le 31 octobre 1920, M. Baade découvrait, à l'Observatoire de Babelsberg, une planète de 13[e] grandeur (1920 HZ), à laquelle on reconnut bientôt cette surprenante particularité de se mouvoir sur une orbite très excentrique, à la manière d'une comète. Du 1[er] décembre 1920 au 2 mars 1921, huit positions de cet astre ont été obtenues avec l'équatorial photographique de l'Observatoire d'Alger; elles ont servi au calcul des éléments provisoires de son mouvement, tels qu'on les voit dans le Tableau suivant :

Époque : 1920 décembre 1,5 (T.M. Greenwich).

Anomalie moyenne	352°.59′. 2″,8	
Longitude du périhélie	77.45.23,3	1920,0
Longitude du nœud ascendant	21.18.35,0	1920,0
Inclinaison sur l'écliptique	43. 3.51,9	1920,0
Excentricité	0,652575	
Logarithme du demi-grand axe	0,756607	
Distance à l'aphélie	9,436	
Durée d'une révolution	13[a],65	
Constante g pour le calcul de la grandeur	10,8	

Voilà certes une orbite cométaire des mieux caractérisées, s'allongeant jusqu'à la distance de Saturne. Par contre, des poses de 20 à 25 minutes n'ont pas fait apparaître la moindre nébulosité autour du noyau; les images, bien *piquées*, ont l'aspect stellaire, tel que le donne une étoile de 14[e] grandeur. Il ne saurait être question de comète, et c'est bien d'une petite planète qu'il s'agit.

Le cas de cet astéroïde singulier suscite le plus vif intérêt, au double point de vue de la Mécanique céleste et de la Cosmogonie. Une éphéméride a été préparée et publiée qui permettra de la rechercher dès la fin de cette année; mais il ne sera plus alors que de 16[e] grandeur. Que les Observatoires les mieux outillés fassent tous leurs efforts pour le retrouver. Si l'on ne parvient pas, avec de nouvelles positions, à mieux tracer sa route, il risque de nous échapper et de n'être pas revu, dans 13 ans, à son prochain retour au périhélie.

M. Charles Richet présente un livre qu'il a publié en collaboration avec son fils, le Dr Charles Richet, un *Traité de Physiologie médico-chirurgicale* (1 volume de 1500 pages, chez Alcan, 1921).

« Cet Ouvrage est un Traité de Physiologie, conçu sur le même plan que tous les Traités classiques de Physiologie écrits depuis un siècle. Mais il s'en différencie par le développement donné aux déductions médicales et chirurgicales et à la Pathologie expérimentale. Et ce développement était nécessaire. En effet, à l'heure présente, tout médecin doit être très averti sur la Physiologie. Sans Physiologie aucun enseignement médical n'est possible. Les étudiants en médecine et les jeunes médecins ne peuvent se dispenser de cette connaissance des phénomènes biologiques sous peine de ne rien comprendre aux phénomènes morbides. Encore faut-il qu'on leur montre dans un livre didactique quels sont ces étroits liens.

» Si mon fils et moi nous avons entrepris cette tâche difficile, ç'a été en quelque sorte une tradition familiale, puisqu'il y a plus d'un demi-siècle, en 1857, mon père A. Richet avait écrit une Anatomie médico-chirurgicale qui a servi à de nombreuses générations d'étudiants.

» Ainsi la Médecine et la Chirurgie se trouvent par ces deux livres intimement associées aux deux sciences sur lesquelles elles doivent se toujours appuyer, l'Anatomie et la Physiologie. Lorsque l'on dit qu'il y a quelque antagonisme entre la Clinique et la Physiologie, c'est qu'on n'a rien compris ni à la Clinique ni à la Physiologie. »

CORRESPONDANCE.

M. Georges Perrier prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Géographie et Navigation, par le décès de M. *Alfred Grandidier*.

M. R. Anthony prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section d'Anatomie et Zoologie, par le décès de M. *Edmond Perrier*.

MM. **Robert Lasserre** et **André Martin**, *J. Roche*, au nom de l'**École supérieure d'Aéronautique et de construction mécanique**, adressent des remercîments pour la subvention qui leur a été accordée sur la *Fondation Loutreuil*.

M. **René Maire** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Louis Rougier. *La matière et l'énergie selon la théorie de la relativité et la théorie des quanta.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une nouvelle démonstration d'un théorème de M. Picard, et sur quelques généralisations de ce théorème.* Note de **M. B. Déirmendjian.**

Je me propose de montrer comment on peut, pour établir le théorème de M. Picard relatif aux valeurs que prend une fonction uniforme autour d'un point singulier essentiel isolé, utiliser une certaine proposition profonde, exposée dans le Tome 11 des *Acta Mathematica*, et due également à M. Picard. Rappelons-en l'énoncé :

« u et v étant deux fonctions uniformes dans le domaine du point a, supposé être pour ces fonctions point singulier essentiel isolé commun, s'il existe dans le même domaine une relation algébrique entre u et v, *le genre de la relation en question ne peut dépasser l'unité*. »

Pour simplifier l'exposé, prenons le cas très simple d'une fonction entière.

On sait que, pour démontrer le théorème en question, dans le cas des fonctions entières, il suffit de prouver l'impossibilité d'identité de la forme

$$e^{\varphi(z)} + e^{\psi(z)} \equiv 1,$$

où φ et ψ sont des fonctions entières quelconques. Or l'hypothèse de la possibilité d'une telle identité peut se traduire en la suivante :

$$\left(e^{\frac{\varphi(z)}{4}}\right)^4 + \left(e^{\frac{\psi(z)}{4}}\right)^4 \equiv 1.$$

On arrive donc, en ayant égard à la proposition citée plus haut, à cette contradiction, que les coordonnées de la courbe du genre trois, $x^4+y^4=1$, peuvent s'exprimer par deux fonctions uniformes de z, qui admettent le point à l'infini, comme point singulier essentiel isolé commun.

D'une manière générale, on peut démontrer par le même théorème, la proposition suivante, dont je me bornerai simplement à indiquer l'énoncé, car il est facile d'en faire la démonstration en faisant usage des mêmes considérations que nous aurons à employer plus loin :

$f(z)$ étant une fonction entière quelconque, si les deux équations

$$f(z)=P(z) \quad \text{et} \quad f(z)=Q(z)$$

ont chacune, dans le domaine du point à l'infini, un nombre *fini* de racines, P et Q étant des fonctions uniformes définies dans le même domaine et telles qu'on puisse trouver deux nombres entiers positifs $n \geqq 4$ et p, de sorte que chaque détermination de $\sqrt[n]{P(z^p)-Q(z^p)}$, soit uniforme autour du point $|z|=\infty$, en l'admettant tout au plus comme point singulier isolé, $f(z)$ *doit nécessairement se réduire, suivant les cas, à un polynome ou à une constante.*

Envisageons maintenant, pour passer à une autre considération, une relation algébrique de la forme

$$(1) \qquad x^p+y^q=1,$$

de genre supérieur à l'unité, et remarquons que $\varpi(z)$ désignant un polynome en z, toutes les déterminations de $\sqrt[n]{\varpi(z^{mn})}$, où m et n sont des entiers quelconques, sont uniformes autour du point $|z|=\infty$. Cela posé, $f(z)$ étant une fonction entière différente d'un polynome, on sait, d'après la proposition de Picard, que l'une au moins des équations

$$(2) \qquad f(z)=P(z) \quad \text{et} \quad f(z)=Q(z),$$

où P et Q sont supposés être, par exemple, pour simplifier le langage, des fonctions rationnelles en z, a une infinité de racines. Je dis qu'on ne peut supposer : 1° que la première des équations (2) ait un nombre fini de racines, et la seconde un nombre fini de multiplicité quelconque, et une infinité de multiplicité multiple de $n \geqq 2$; 2° que la première des mêmes équations, en ait un nombre fini de multiplicité quelconque, et une infinité de multiplicité multiple de p et la seconde, un nombre fini de multiplicité quelconque, et une infinité de multiplicité multiple de q.

La démonstration du premier énoncé se fait de la manière suivante (celle

du second est absolument pareille à la première, avec quelques changements simples) :

En effet, s'il en est ainsi, on aura dans le domaine du point à l'infini

$$(3)\qquad f(z)-P(z)\equiv A(z)\,e^{H(z)}\quad\text{et}\quad f(z)-Q(z)\equiv B(z)\,e^{G(z)}\,\Pi^n(z),$$

A et B étant des polynomes et $\Pi(z)$ une fonction uniforme autour du point singulier essentiel isolé $|z|=\infty$, et ayant une infinité de racines au voisinage de ce point. On conclut alors des identités (3), en éliminant $f(z)$, la suivante :

$$\frac{A(z)}{Q(z)-P(z)}e^{H(z)}-\frac{B(z)}{Q(z)-P(z)}\Pi^n(z)\,e^{G(z)}\equiv 1;$$

par suite, si $n\geqq 5$, on pourra y remplacer z par z^{2n} et l'écrire sous la forme

$$\left[\sqrt{\frac{A(z^{2n})}{Q(z^{2n})-P(z^{2n})}}\,e^{\frac{H(z^{2n})}{2}}\right]^2-\left[\sqrt[n]{\frac{B(z^{2n})}{Q(z^{2n})-P(z^{2n})}}\,\Pi(z^{2n})\,e^{\frac{G(z^{2n})}{n}}\right]^n\equiv 1,$$

et, si $n=4, 3, 2$, y remplacer z par z^{12} et la mettre successivement sous les formes

$$\left[\sqrt[3]{\frac{A(z^{12})}{Q(z^{12})-P(z^{12})}}\,e^{\frac{H(z^{12})}{3}}\right]^3-\left[\sqrt[4]{\frac{B(z^{12})}{Q(z^{12})-P(z^{12})}}\,\Pi(z^{12})\,e^{\frac{G(z^{12})}{4}}\right]^4\equiv 1,$$

$$\left[\sqrt[4]{\phantom{\frac{A}{Q}}}\,e^{\frac{H(z^{12})}{3}}\right]^4-\left[\sqrt[3]{\phantom{\frac{B}{Q}}}\,\Pi(z^{12})\,e^{\frac{G(z^{12})}{3}}\right]^3\equiv 1,$$

$$\left[\sqrt{\phantom{\frac{A}{Q}}}\,e^{\frac{H(z^{12})}{6}}\right]^6-\left[\sqrt{\phantom{\frac{B}{Q}}}\,\Pi(z^{12})\,e^{\frac{G(z^{12})}{2}}\right]^2\equiv 1,$$

pour arriver aux incompatibilités voulues avec le théoréme énoncé plus haut.

Comme corollaire, on peut dire que pour une fonction entière de la forme $A(z)\,e^{G(z)}\Pi^n(z)$, le cas d'exception de Picard est impossible ($n\geqq 2$).

Enfin, en finissant, remarquons que toutes ces propositions, que nous venons d'exposer, sont des cas particuliers d'une suite de théorèmes plus généraux, concernant une fonction uniforme autour d'un point singulier essentiel isolé, qu'on peut démontrer sans difficulté, par la même méthode.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégrale générale des systèmes d'équations aux dérivées partielles des fonctions hypergéométriques d'ordre supérieur.* Note de **M. J. Kampé de Fériet**, présentée par M. Appell.

I. Toute fonction hypergéométrique d'ordre ω, à deux variables x et y, vérifie [1] un système de deux équations aux dérivées partielles linéaires d'ordre $\omega + 1$, qui peut se mettre sous la forme

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} p_{\omega+1,0} &= a_{\omega,1}\,p_{\omega,1} + \ldots + a_{1,\omega}\,p_{1,\omega} + \sum_{r+s=0}^{r+s=\omega} a_{r,s}\,p_{r,s}, \\ p_{0,\omega+1} &= b_{\omega,1}\,p_{\omega,1} + \ldots + b_{1,\omega}\,p_{1,\omega} + \sum_{r+s=0}^{r+s=\omega} b_{r,s}\,p_{r,s}, \end{aligned}\right.$$

les coefficients a et b étant des fonctions rationnelles de x et y.

Je me propose d'indiquer d'abord une propriété générale des systèmes de cette forme, qui suppose seulement les coefficients a et b tels que la *condition d'intégrabilité*

$$\frac{\partial^{\omega+1}}{\partial y^{\omega+1}}(p_{\omega+1,0}) = \frac{\partial^{\omega+1}}{\partial x^{\omega+1}}(p_{0,\omega+1})$$

soit vérifiée identiquement et qu'aucun des ω déterminants $\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_\omega$:

$$\Delta_1 = 1 - a_{1,\omega}\,b_{\omega,1}, \qquad \Delta_2 = \Delta_1^2 - (a_{2,\omega-1} + a_{1,\omega}\,b_{1,\omega})\,(b_{\omega-1,2} + a_{\omega,1}\,b_{\omega,1}), \qquad \ldots$$

ne soit identiquement nul.

1° *L'intégrale générale du système* (1) *est une combinaison linéaire à coefficients constants de* $(\omega + 1)^2$ *intégrales particulières indépendantes, formant un système fondamental*, c'est-à-dire telles que le déterminant d'ordre $(\omega + 1)^2$ formé avec ces fonctions et leurs dérivées $p_{j,k}$ jusqu'à $j \leqq \omega$, $k \leqq \omega$, ne soit pas identiquement nul.

2° Soit x_0, y_0 un point où les coefficients a et b sont des fonctions holomorphes de x, y et où les déterminants $\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_\omega$ ne sont pas nuls; *il existe une et une seule intégrale holomorphe de* (1), *prenant en* x_0, y_0 *ainsi que ses dérivées* $p_{j,k}$ *jusqu'à* $j \leqq \omega$, $k \leqq \omega$, *un système de* $(\omega + 1)^2$ *valeurs données à l'avance.*

3° Lorsque p des déterminants $\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_\omega$ sont identiquement nuls,

[1] *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1634, et t. 173, 1921, p. 285, 401 et 489.

le nombre des intégrales particulières indépendantes dont dépend l'intégrale générale de (1) est diminué de p unités.

Ces trois propositions contiennent, comme cas particuliers, les résultats de M. Appell [1] relatifs aux systèmes de deux équations du second ordre ($\omega = 1$). Elles mettent en évidence une remarquable analogie entre le problème de l'intégration du système (1) et la recherche de l'intégrale générale d'une équation linéaire à une seule variable.

II. Il résulte de l'énoncé précédent que pour déterminer l'intégrale générale du système d'équations aux dérivées partielles de la fonction hypergéométrique d'ordre ω

$$\mathrm{F}\left(\begin{array}{c|c|c} \mu & \alpha_1, \ \ldots, \ \alpha_\mu & \\ \nu & \beta_1, \beta'_1, \ldots, \beta_\nu, \beta'_\nu & x, y \\ \rho & \gamma_1, \ \ldots, \ \gamma_\rho & \\ \sigma & \delta_1, \delta'_1, \ldots, \delta_\sigma, \delta'_\sigma & \end{array}\right) \qquad (\rho + \sigma = \omega),$$

il suffit (dans le cas général) d'en connaître $(\omega + 1)^2$ intégrales particulières. Pour trouver ces intégrales, on fait dans le système de F la substitution $\mathrm{F} = x^p y^q \mathrm{F}'$ et l'on essaye de déterminer p et q de façon à ramener l'équation en F' au même type que celle de F; lorsque cela est possible, à chaque détermination de p et q correspond ainsi une intégrale particulière de la forme

$$x^p y^q \mathrm{F}\left(\begin{array}{c|c|c} \mu & a_1, \ \ldots, \ a_\mu & \\ \nu & b_1, b'_1, \ldots, b_\nu, b'_\nu & x, y \\ \rho & c_1, \ \ldots, \ c_\rho & \\ \sigma & d_1, d'_1, \ldots, d_\sigma, d'_\sigma & \end{array}\right),$$

les éléments a, b, b', c, d, d' étant des combinaisons linéaires à coefficients entiers des éléments α, β, β', γ, δ, δ'; si γ, δ, δ' ne sont pas des entiers, ces intégrales sont indépendantes. Dans les cas exceptionnels où cette méthode échoue, il est néanmoins possible de déterminer p et q de manière à ramener l'équation en F' au type de l'équation d'une fonction de même ordre ω que F, mais à *indices caractéristiques* différents.

Pour illustrer ces généralités prenons, par exemple, la fonction d'ordre 2 et de classe 2

$$\mathrm{F}\left(\begin{array}{c|c|c} 1 & \alpha & \\ 0 & \ldots\ldots\ldots & x, y \\ 0 & \ldots\ldots\ldots & \\ 2 & \delta_1, \delta'_1, \delta_2, \delta'_2 & \end{array}\right) = \sum \frac{(\alpha, m+n)}{(\delta_1, m)(\delta'_1, n)(\delta_2, m)(\delta'_2, n)} \frac{x^m y^n}{(1, m)(1, n)}$$

---

[1] P. Appell, *Journal de Mathématiques*, 3e série, t. 8, 1882, p. 173-216.

que je désignerai pour abréger par $\Phi(\alpha, \delta_1, \delta'_1, \delta_2, \delta'_2, x, y)$; elle vérifie le système

$$(2)\quad \begin{cases} x^2 p_{3,0} + (\delta_1 + \delta_2 + 1)\, x p_{2,0} + (\delta_1 \delta_2 - x)\, p_{1,0} - y p_{0,1} - \alpha p_{0,0} = 0, \\ y^2 p_{0,3} + (\delta'_1 + \delta'_2 + 1)\, y p_{0,2} + (\delta'_1 \delta'_2 - y)\, p_{0,1} - x p_{1,0} - \alpha p_{0,0} = 0, \end{cases}$$

pour lequel $\Delta_1 = \Delta_2 = 1$. Outre la fonction Φ elle-même, on trouve les quatre intégrales particulières

$$\begin{gathered} x^{1-\delta_1}\Phi(\alpha + 1 - \delta_1,\ 2 - \delta_1,\ \delta'_1,\ \delta_2 + 1 - \delta_1,\ \delta'_2,\ x,\ y), \\ y^{1-\delta'_1}\Phi(\alpha + 1 - \delta'_1,\ \delta_1,\ 2 - \delta'_1,\ \delta_2,\ \delta'_2 + 1 - \delta'_1,\ x,\ y), \\ x^{1-\delta_1} y^{1-\delta'_1}\Phi(\alpha + 2 - \delta_1 - \delta'_1,\ 2 - \delta_1,\ 2 - \delta'_1,\ \delta_2 + 1 - \delta_1,\ \delta'_2 + 1 - \delta'_1,\ x,\ y), \\ x^{1-\delta_1} y^{1-\delta'_2}\Phi(\alpha + 2 - \delta_1 - \delta'_2,\ 2 - \delta_1,\ \delta'_1 + 1 - \delta'_2,\ \delta_2 + 1 - \delta_1,\ 2 - \delta'_2,\ x,\ y) \end{gathered}$$

et les quatre intégrales qui se déduisent de celles-ci, en intervertissant pour les δ le rôle des indices 1 et 2.

L'intégrale générale du système du troisième ordre (2) est une combinaison linéaire de ces neuf intégrales particulières.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les séries récurrentes et sur des formes homogènes qui s'y rattachent.* Mémoire de M. **A. Lévy**, présentée par M. Appell. (Extrait par l'auteur.)

1° Étant donnée une récurrence, par exemple :

$$u_{n+2} = a u_{n+1} + b u_n + c u_{n-2},$$

on a les relations

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} u_n & u_{n+1} & u_{n+2} \\ u_{n+1} & u_{n+2} & u_{n+3} \\ u_{n+2} & u_{n+3} & u_{n+4} \end{vmatrix} = c^{n-1} \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ u_2 & u_3 & u_4 \\ u_3 & u_4 & u_5 \end{vmatrix};$$

d'une façon générale,

$$\Delta_n^{pq} = \begin{vmatrix} u_n & u_{n+1} & u_{n+2} \\ u_{n+p} & u_{n+p+1} & u_{n+p+2} \\ u_{n+q} & u_{n+q+1} & u_{n+q+2} \end{vmatrix} = c^{n-1} \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ u_p & u_{p+1} & u_{p+2} \\ u_q & u_{q+1} & u_{q+2} \end{vmatrix};$$

tout déterminant à quatre lignes et à quatre colonnes formé par seize termes consécutifs de la récurrence est nul.

Étant donnée une suite de termes obtenus par une récurrence, il est facile de reconnaître à quel ordre appartient cette récurrence.

2° Le déterminant

$$\begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ u_2 & u_3 & u_4 \\ u_3 & u_4 & u_5 \end{vmatrix}$$

est une forme homogène du troisième degré des trois variables u_1, u_2, u_3. La récurrence considérée fournit une transformation linéaire qui transforme cette forme en elle-même, ou en elle-même multipliée par un nombre constant.

On peut donner une interprétation de cette forme; soit, par exemple ω une racine de l'équation $x^3 + x + 1 = 0$; la norme d'un nombre algébrique du corps déterminé par ω est une forme homogène et du troisième degré, qui n'est autre que la forme homogène fournie par le déterminant

$$\begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ u_2 & u_3 & u_4 \\ u_3 & u_4 & u_5 \end{vmatrix}$$

où l'on remplace u_4 et u_5 en fonction de u_1, u_2, u_3.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur deux nouveaux types d'équations aux dérivées partielles du second ordre et de la première classe.* Note (1) de **M. R. Gosse**, présentée par M. E. Goursat.

Je me suis proposé de résoudre, pour certaines équations particulières, le problème que M. Goursat (2) a résolu pour les équations

$$s = f(x, y, z, p, q).$$

J'ai d'abord démontré qu'il n'existe aucune équation de Monge-Ampère non linéaire qui admette deux invariants du second ordre de même système.

L'étude des équations

$$r + f(x, y, z, p, q, t) = 0 \qquad \left(\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \neq 0\right)$$

m'a ensuite donné les résultats suivants :

(1) Séance du 2 novembre 1921.

(2) *Annales de la Faculté de Toulouse,* 2e série, t. 1, 1899.

1° En faisant l'hypothèse qu'il existe un seul invariant du deuxième ordre pour un des systèmes de caractéristiques, on est conduit aux deux formes d'équation

$$\text{(I)} \qquad r + \alpha + \frac{h^2}{3(t+\beta)^3} = 0$$

(et celle qui s'en déduit en permutant x et y),

$$\text{(II)} \qquad r + \alpha + \gamma h^2(\operatorname{tang}\theta - \theta) = 0 \quad \text{avec } t = \beta + \gamma(\cot\theta + \theta).$$

Si l'on suppose l'existence d'un second invariant du même système, on peut affirmer que l'équation étudiée est de la forme (I) ou (II).

2° Une équation de la forme (I) qui admet deux invariants du deuxième ordre de même système se ramène à

$$E_1 \equiv r + z f(x) + \frac{1}{z t^3} = 0.$$

C'est une équation de la première classe qui admet comme invariants les expressions u_1, u_2, v_1, v_2, définies par les relations

$$q = u_1\chi_1 + u_2\chi_2, \qquad s + \frac{1}{zt} = u_1\chi'_1 + u_2\chi'_2,$$

$$q = v_1\xi_1 + v_2\xi_2, \qquad s - \frac{1}{zt} = v_1\xi'_1 + v_2\xi'_2,$$

χ_1 et χ_2 vérifiant l'équation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y f(x) = 0,$$

ξ_1 et ξ_2 vérifiant l'équation

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y f(x) = 0.$$

3° Une équation (II) qui admet deux invariants du second ordre de même système se ramène à

$$E_2 \equiv r + \operatorname{tang}\theta - \theta = 0 \qquad \text{avec } t = \theta + \cot\theta$$

ou à

$$E_3 = r + z + (1+y^2)^{\frac{1}{2}}(\operatorname{tang}\theta - \theta)$$

avec

$$t = \frac{\theta + \cot\theta}{(1+y^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

E_2 a été intégrée par M. de Boer [1]. E_3 admet comme invariants

$$u_1=\left[z-qy-\frac{\theta}{(1+y^2)^{\frac{1}{2}}}-s\right]^2+\left[p-sy-\frac{\theta y}{(1+y^2)^{\frac{1}{2}}}+q\right]^2,$$

$$u_2=-x+\operatorname{arc\,tang}\left[\frac{z-qy-\dfrac{\theta}{(1+y^2)^{\frac{1}{2}}}-s}{p-sy-\dfrac{\theta y}{(1+y^2)^{\frac{1}{2}}}+q}\right]$$

et

$$v_1=\left[z-qy-\frac{\theta}{(1+y^2)^{\frac{1}{2}}}+s\right]^2+\left[p-sy+\frac{\theta y}{(1+y^2)^{\frac{1}{2}}}-q\right]^2,$$

$$v_2=-x+\operatorname{arc\,tang}\left[\frac{z-qy-\dfrac{\theta y}{(1+y^2)^{\frac{1}{2}}}+s}{p-sy+\dfrac{\theta y}{(1+y^2)^{\frac{1}{2}}}-q}\right].$$

On retombe sur E_2 et E_3 en supposant que (II) admet une involution du second ordre pour chaque système.

Nous avons donc démontré qu'*une équation non linéaire de la forme*

$$r+f(x,y,z,p,q,t)=0$$

qui admet deux invariants du deuxième ordre se réduit à l'un des types intégrables E_1, E_2 *ou* E_3.

Les équations E_1 et E_3 n'ont, à notre connaissance, jamais été signalées.

MÉCANIQUE. — *Sur les fonctions arbitraires figurant dans le ds^2 de la gravitation einsteinienne.* Note de M. **Jean Chazy**, présentée par M. Painlevé [2].

Dans sa récente Communication [3], M. Painlevé considère notamment le problème de la gravitation d'un point mobile M sous l'action d'un centre

---

(1) *Archives néerlandaises des Sciences exactes et naturelles*, t. 27, 1894.

(2) Bien que les résultats de cette Note soient contenus dans celle que je publie aujourd'hui, je crois intéressant de les publier, M. Chazy y étant parvenu de son côté. (Note de M. Painlevé.)

(3) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 677.

fixe O, et la formule célèbre

$$ds^2 = \left(1 - \frac{a}{r}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{a}{r}} - r^2\, d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta\, d\varphi^2, \tag{1}$$

où r, θ, φ désignent les coordonnées polaires habituelles de pôle O, soit r la distance OM, et où a désigne une constante : il fait observer que les conditions einsteiniennes ne conduisent pas seulement à la formule (1), mais aussi bien à des formules plus générales, dépendant de *deux fonctions arbitraires de la distance* OM.

Les einsteiniens cherchent d'ordinaire une expression du ds^2 ne contenant aucun terme du premier degré en dt, et arrivent [1] à la formule (1), où r désigne non pas nécessairement la distance OM, mais *une fonction arbitraire de cette distance* (supposée définie indépendamment de la théorie de la relativité). Faisons quelques remarques au sujet de cette fonction arbitraire, que nous désignerons par $f(\mathrm{OM})$.

Afin que, quand la distance OM croît indéfiniment, le ds^2 obtenu se réduise au ds^2 euclidien, il faut d'abord que la dérivée $f'(\mathrm{OM})$ et par conséquent le quotient $\frac{f(\mathrm{OM})}{\mathrm{OM}}$ tendent vers l'unité quand OM tend vers l'infini [2].

Les vérifications expérimentales auxquelles on a soumis la formule (1) en prenant pour la fonction $f(\mathrm{OM})$ la distance OM elle-même, subsistent-elles pour d'autres formes de cette fonction? Ces vérifications peuvent-elles conduire à particulariser la fonction $f(\mathrm{OM})$? Effectivement, il est curieux de constater que *les mêmes vérifications sont encore valables pourvu que la fonction* $f(\mathrm{OM})$ *satisfasse à des conditions physiquement assez larges*. En outre, de notre première hypothèse, admettons que la dérivée $f'(\mathrm{OM})$ soit positive et la fonction $f(\mathrm{OM})$ croissante dans tout le champ d'expérience, c'est-à-dire quand la distance OM varie de la longueur du rayon solaire à l'infini.

Dès lors le calcul de la déviation des rayons lumineux au voisinage du Soleil n'impose aucune condition nouvelle à la fonction $f(\mathrm{OM})$ *: pourvu que la dérivée* $f'(\mathrm{OM})$ *soit positive et tende vers l'unité quand* OM *varie de la longueur du rayon solaire à l'infini, la déviation des rayons lumineux à la*

(1) Cf. EDDINGTON, *Espace, Temps et Gravitation*, Paris, Herman, 1921, partie théorique, p. 68-71 ; et LE ROUX, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1227.

(2) Il faut d'ailleurs que la constante a soit égale au double du coefficient d'attraction du point matériel O selon la loi de Newton, donc dans le champ du Soleil qu'elle soit voisine de 3^{km}.

même valeur $\frac{2a}{R}$, R désignant le rayon solaire, et à la constante figurant dans la formule (1).

Avec les deux hypothèses précédentes, le calcul de l'avance du périhélie de Mercure donne encore la même valeur pourvu que la fonction $f(\text{OM})$ soit équivalente à la distance OM dès la distance au Soleil de la planète Mercure : exactement l'écart relatif entre la fonction $f(\text{OM})$ et la distance OM doit être assez petit pour être compensé par les erreurs et par l'écart relatif entre la valeur calculée [pour $f(\text{OM}) = \text{OM}$] de l'avance du périhélie et le résidu de la théorie des planètes selon la loi de Newton.

Considérons encore les deux autres conclusions tirées par les einsteiniens de la formule (1), et dont M. Painlevé conteste la légitimité. Si la fonction $f(\text{OM})$ est croissante, on peut conclure, en raisonnant comme quand cette fonction se réduit à la distance OM, que les vibrations des atomes ont une durée plus longue au voisinage du Soleil qu'à la surface de la Terre. De même enfin, en se rapprochant du Soleil, nos corps solides doivent se raccourcir dans la direction de celui-ci, pourvu que dans la région du déplacement la dérivée $f'(\text{OM})$ soit assez voisine de l'unité.

Il résulte en particulier qu'au point de vue des quatre conséquences considérées de la formule (1), on peut remplacer dans cette formule r soit par la distance OM, soit par les fonctions [1] $\text{OM} \pm a$, $\text{OM}\left(1 + \frac{a}{40\text{M}}\right)^2$, ...

Enfin, il est facile de déterminer des fonctions croissantes $f(\text{OM})$ telles que, dans les directions perpendiculaires à la direction du Soleil, nos corps solides, en se rapprochant de celui-ci, doivent, selon les mêmes raisonnements, se contracter [$f(\text{OM}) = \text{OM} + a$] ou se dilater [$f(\text{OM}) = \text{OM} - a$].

MÉTALLURGIE. — *Machines d'essais, donnant la limite élastique et le module d'élasticité des métaux.* Note de M. **R. Guillery**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Les machines d'essais, en général, et plus spécialement les machines à la traction, donnent dans certains cas une indication approximative de la limite élastique, mais négligent le module d'élasticité.

Les dispositifs permettant l'examen de la limite élastique sont toujours d'un fonctionnement délicat et, sur les seuls aciers recuits ou revenus, permettent d'apprécier la fin des allongements proportionnels.

---

(1) Cf. Eddington, *loc. cit.*, p. 255, et partie théorique, p. 79.

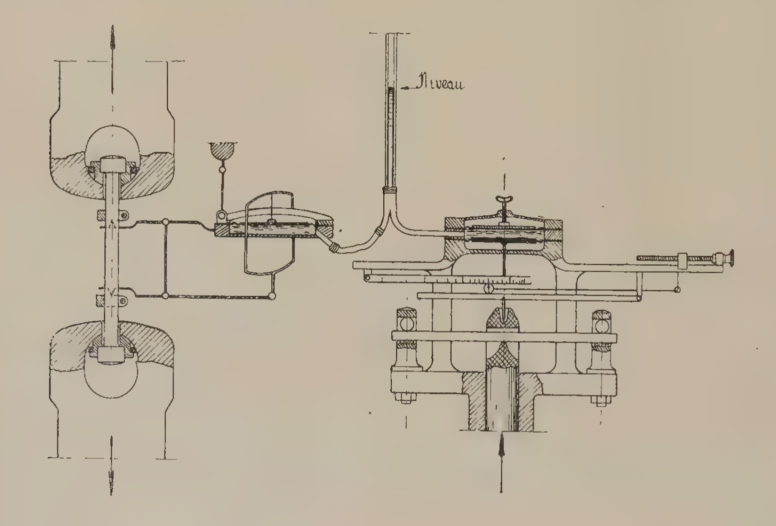
Un nouveau procédé assez simple, réalisé par un mécanisme commode à manœuvrer, permet de déterminer la limite d'élasticité, même pour les aciers trempés, c'est-à-dire ceux dont le palier n'existe pas, et de déterminer, en outre, le module d'élasticité.

On peut imaginer la représentation graphique d'un essai de traction dans laquelle représentation les échelles des allongements et les échelles des charges sont choisies pour que la partie droite de la courbe, partie qui correspond à la déformation élastique, soit inclinée à 45° sur les axes de coordonnées, c'est-à-dire pour que, dans cette période, on ait $x = y$.

Dans ce procédé, les allongements X sont donnés par une échelle fixe; leur représentation les amplifie environ 2000 fois.

Les charges Y, au contraire, sont représentées par une échelle variable au gré de l'opérateur, de sorte que le mécanisme permet de régler l'échelle des charges pour que, dans la période d'élasticité, on ait X = Y.

Ainsi que le montre la figure schématique ci-dessous, les allongements



sont transmis, par un quadrilatère double articulé, à la paroi mobile d'une chambre contenant de l'eau; les variations de volume sont accusées par le niveau, dans un tube en communication avec cette chambre, et les sections de la paroi mobile et du tube sont telles que ce niveau descend dans ce tube environ 2000 fois les allongements.

Les charges agissent sur un piston sans frottement qui appuie sur un ressort dont les flèches sont proportionnelles aux charges. Ces flèches sont, par des leviers et un galet interposé, transmises à la paroi mobile d'une

deuxième chambre d'eau et en communication avec le tube de la première. La charge, en montant, fait monter le niveau dans le tube.

Cette deuxième chambre porte, en outre, une autre paroi mobile, réglable à la main, pour amener le niveau au point voulu.

Le déplacement horizontal du galet réduit ou augmente le mouvement des charges transmis à la paroi mobile de la deuxième chambre tout en lui gardant la proportionnalité; c'est l'échelle variable des charges qui permet d'obtenir, en tâtonnant, $X = Y$, c'est-à-dire le niveau constant dans le tube pendant l'ascension de la charge sur le barreau.

La position horizontale du galet définit le module d'élasticité si les divers barreaux à essayer ont la même section ou, s'ils n'ont pas la même section, une variation de l'échelle des allongements a préalablement opéré la correction nécessaire.

Fonctionnement. — Le barreau étant mis en place avec ses touches à distance fixe, on règle à la main le niveau à une hauteur convenable dans le tube. On donne alors une certaine pression qui indique si le niveau monte ou descend; on retire la charge et l'on déplace le galet dans le sens qu'a indiqué le premier essai et, après deux ou trois tâtonnements, le niveau reste constant. La position du galet sur l'échelle du levier donne le module d'élasticité.

On pousse alors l'essai jusqu'au moment où le niveau commence à descendre. C'est la limite élastique et la pression manométrique l'indique.

Une machine à flexion, basée sur le même principe, donne des résultats également intéressants.

Le but de ce dispositif est la détermination de la puissance vive élastique des métaux, c'est-à-dire la propriété qu'a un métal d'absorber une quantité plus ou moins grande de travail, avant de dépasser sa limite élastique. Cette puissance vive élastique est directement proportionnelle au carré de la limite élastique et inversement proportionnelle au module d'élasticité.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la théorie de la gravitation dans l'espace à deux dimensions.* Note de M. **K. Ogura**, présentée par M. Émile Borel.

Pour étudier l'orbite supposée *plane* d'une planète, nous n'avons besoin de considérer que l'espace à deux dimensions, le temps étant ajouté comme troisième dimension. Soit

$$ds^2 = -\lambda^2(x_1)\,dx_1^2 - x_1^2\,dx_2^2 + f^2(x_1)\,dt^2$$

l'élément linéaire de l'espace-temps à trois dimensions. Je vais démontrer, dans cette Note, que l'*on peut déduire la forme de Schwarzschild-Eddington en tenant compte des conditions suivantes* (au lieu de la loi de gravitation d'Einstein) :

1° *La courbure scalaire* G *de l'espace-temps à trois dimensions est nulle* [1].

2° *L'espace-temps à trois dimensions est euclidien à l'infini* [2].

3° *Le rapport de la courbure totale* K *de l'espace à deux dimensions ayant l'élément linéaire*

$$d\sigma^2 = \lambda^2(x_1)\,dx_1^2 + x_1^2\,dx_2^2$$

avec la courbure géodésique $\frac{1}{\rho}$ [3] *du rayon lumineux est constant.*

En effet, de la condition 1° nous tirons

$$x_1 \frac{d}{dx_1}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{df}{dx_1}\right) + \frac{d}{dx_1}\left(\frac{f}{\lambda}\right) = 0. \tag{1}$$

En appliquant le principe de Fermat sur $ds = 0$, il vient

$$\delta \int dt = \delta \int \frac{1}{f(x_1)} \sqrt{\lambda^2(x_1) + x_1^2 \left(\frac{dx_2}{dx_1}\right)^2}\, dx_1 = 0,$$

d'où nous obtenons l'équation du rayon lumineux

$$a\lambda f\,dx_1 \pm \sqrt{x_1^4 - a^2 x_1^2 f^2}\,dx_2 = 0,$$

a étant une constante. Par conséquent, la formule de Bonnet nous donne

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{a}{x_1\lambda}\frac{df}{dx_1}.$$

Puisque l'on a

$$K = -\frac{1}{x_1\lambda}\frac{d}{dx_1}\left(\frac{1}{\lambda}\right),$$

---

[1] S'il y a de la matière continue avec la densité μ, nous poserons

$$G = 4\pi\mu.$$

[2] Plus précisément,

$$\lim_{x_1=\infty} \lambda(x_1) = 1, \qquad \lim_{x_1=\infty} f(x_1) = 1.$$

(Voir Laue, *Relativitätstheorie*, t. 2, 1921, p. 179.)

[3] Pour la définition de la courbure géodésique n'empruntant que les longueurs dans l'espace à deux dimensions, voir Darboux, *Théorie des surfaces*, t. 3, p. 115.

nous tirons, de la condition 3°, la relation

(2) $$f = \frac{b}{\lambda} + c,$$

b et c étant des constantes.

D'après la condition 2°, nous pouvons écrire

(3) $$\frac{1}{\lambda} = 1 + \frac{a_1}{x_1} + \frac{a_2}{x_1^2} + \ldots, \qquad f = 1 + \frac{b_1}{x_1} + \frac{b_2}{x_1^2} + \ldots,$$

$a_1, a_2, \ldots, b_1, b_2, \ldots$ étant des constantes.

De (2) et (3) nous tirons

(4) $$b + c = 1; \qquad b_1 = a_1 b, \qquad b_2 = a_2 b, \qquad b_3 = a_3 b, \qquad \ldots;$$

et de (1) et (3)

$$\frac{b_1 - a_1}{x_1^2} + \frac{4b_2 + a_1 b_1 - 2a_2}{x_1^3} + \ldots = 0,$$

d'où

(5) $$b_1 = a_1.$$

Donc nous obtenons

$$b = 1, \qquad c = 0; \qquad b_1 = a_1, \qquad b_2 = a_2, \qquad b_3 = a_3, \qquad \ldots;$$

par conséquent

(6) $$f = \frac{1}{\lambda},$$

et l'équation (1) devient

$$\frac{x_1}{2} \frac{d^2(f^2)}{dx_1^2} + \frac{d(f^2)}{dx_1} = 0,$$

d'où nous déduisons

$$f^2 = n - \frac{2m}{x_1} \qquad (m,\ n \text{ étant des constantes}).$$

Comme la constante n doit être égale à 1, nous avons

$$ds^2 = -\frac{dx_1^2}{1 - \frac{2m}{x_1}} - x_1^2\, dx_2^2 + \left(1 - \frac{2m}{x_1}\right) dt^2,$$

c'est-à-dire la forme de Schwarzschild-Eddington.

ÉLECTRICITÉ. — *Recherches sur les courants vagabonds.* Note de MM. **James Chappuis** et **Hubert-Desprez**, présentée par M. Deslandres.

I. Les courants vagabonds sont des courants dérivés dans le sol provoqués par les défauts d'isolement des réseaux de distribution d'énergie électrique et, en particulier, à Paris, des réseaux de transport en commun qui emploient du courant continu à 550 volts. Ces courants vagabonds suivent, pour faire retour à l'usine où se trouve la génératrice, les canalisations souterraines de gaz, d'eau et d'air comprimé, qui peuvent leur offrir un chemin de moindre résistance. En quittant ces conduites métalliques, les courants y causent de graves dégâts; ils entraînent en effet le métal et déterminent des perforations à travers lesquelles les fluides contenus dans les canalisations peuvent s'échapper.

Il n'existe jusqu'ici, à notre connaissance, aucune méthode précise permettant de reconnaître indiscutablement la machine qui a donné naissance au courant vagabond, et cependant la solution de ce problème présenterait un intérêt non seulement au sujet de la recherche des responsabilités, mais aussi parce que, connaissant la source du mal, on pourrait y porter remède en vérifiant les isolements dont la défectuosité serait ainsi nettement signalée. Nous avons entrepris sur ce sujet, au Laboratoire d'Électricité de la Société du Gaz de Paris, des expériences dont nous donnons les premiers résultats.

II. Quand on recueille un courant vagabond dans le circuit d'un écouteur téléphonique ordinaire, par l'intermédiaire d'un transformateur, on entend un bruit de friture dans lequel, avec un peu d'attention, on peut discerner des sons divers correspondant ou aux variations brusques d'intensité du courant employé par les moteurs du tramway ou aux variations de vitesse du moteur. Cette première expérience nous a donné l'idée de chercher à sélectionner le son produit par les balais sur le collecteur de la génératrice à l'usine.

Il se produit, en effet, pendant la rotation de cette machine, un phénomène mécanique périodique résultant du frottement des balais sur les lames de cuivre et sur les isolants qui les séparent; on entend devant la machine un son dont le nombre de vibrations N est le produit du nombre des lames du collecteur par le nombre de tours de la machine à la seconde. Mais on sait qu'il se produit en même temps, dans le courant donné par la dynamo, de faibles ondulations dont le nombre est aussi égal à N. Ces ondu-

lations produisent au téléphone un son qui doit faire partie du bruit de friture perçu avec le courant vagabond.

En recevant ce courant ondulatoire dans un dispositif téléphonique comprenant un amplificateur à résonance, construit spécialement pour que les vibrations de la self et de la capacité permettent de réaliser la syntonie pour des fréquences de 100 à 4000, on arrive à entendre le son de N vibrations de la machine génératrice et à l'isoler du bruit général de friture.

Nous avons opéré sur deux machines S_1, S_2 caractérisées par des nombres $N_1 = 928$ et $N_2 = 3240$, nous avons provoqué des pertes à la terre et recueilli les courants vagabonds correspondants dans lesquels nous avons reconnu, à l'écouteur, les sons N_1, N_2, dont nous avons déterminé les valeurs numériques par une méthode spéciale comportant un enregistrement graphique. L'expérience montre donc qu'il y a dans cette première méthode une solution du problème de la recherche de la source des courants vagabonds. Mais cette solution nous a paru insuffisante parce qu'il existe certainement sur les réseaux de Paris un très grand nombre de génératrices pour lesquelles les nombres N diffèrent assez peu les uns des autres, de sorte qu'une confusion soit possible.

III. Nous avons alors, à la suite des résultats satisfaisants de ces premières recherches, pensé qu'il serait possible de superposer au courant principal de la génératrice des perturbations d'ordre électrique, qui devraient être du même ordre de grandeur que ces ondulations, de façon qu'on puisse les recueillir dans le dispositif téléphonique récepteur aussi facilement que le son N.

A cet effet, nous avons employé une lampe d'émission à trois électrodes dont le circuit plaque se trouve en dérivation aux bornes de la machine de l'usine tandis que la grille reçoit, par l'intermédiaire d'un transformateur, des courants provenant soit d'un manipulateur Morse, ou, de préférence, d'un microphone. En réglant comme il convient les divers circuits de la lampe, les perturbations causées par des variations de potentiel de la grille déterminent dans le courant plaque des variations d'intensité qui se retrouvent dans le circuit principal de la machine et dans toutes ses dérivations, et, en particulier, dans celles qui constituent les courants vagabonds. En produisant à volonté des courants vagabonds de très faible intensité avec les machines S_1 ou S_2 nous avons pu entendre les signaux Morse, un sifflet et enfin la parole; l'application du dispositif d'émission n'a donné de résultat positif que sur celle des deux machines qui provoquait le courant vagabond. Ce dispositif permet donc de reconnaître et de signaler toute génératrice source de courant vagabond.

ÉLECTRICITÉ. — *Variation avec le temps des pressions créées, au sein de fluides isolants, par un champ électrostatique constant.* Note de M. **L. Bouchet**, présentée par M. E. Bouty.

Quincke [1] a, le premier, mis en évidence l'existence de la résultante de pressions s'exerçant à l'intérieur d'un liquide isolant et d'un gaz. En utilisant le dispositif suivant, j'ai recherché si ces pressions sont bien définies.

Le liquide soumis à l'influence du champ est contenu dans une cuve rectangulaire, à base horizontale, dont deux des faces latérales opposées sont des plaques métalliques bien planes et épaisses, formant les armatures d'un condensateur, tandis que les deux autres sont deux lames minces de verre interposées de champ entre les armatures et collées à celles-ci avec de la gomme-laque. Enfin, le fond de la cuve est une lame de mica percée en son centre d'une petite ouverture qui met en communication la cuve avec un tube capillaire vertical, par l'intermédiaire d'un tube de verre deux fois recourbé.

Les liquides isolants employés étaient versés dans la cuve de façon à s'élever environ à mi-hauteur des armatures. Lorsqu'on établit le champ, les liquides s'élèvent entre les armatures et baissent dans le tube capillaire, par suite de la différence entre les pressions $\frac{KH^2}{8\pi}$ et $\frac{H^2}{8\pi}$ s'exerçant de part et d'autre de la surface de séparation, des liquides et de l'air dans la cuve (hypothèse de Maxwell). Cet excès de pression est pratiquement équilibré par la dénivellation h, dans le tube capillaire. D'où la relation

$$\frac{KH^2}{8\pi} - \frac{H^2}{8\pi} = hgd,$$

dans laquelle g est l'accélération de la pesanteur, d la masse spécifique du liquide.

A un champ constant doit donc correspondre une dénivellation parfaitement déterminée. Or, avec des champs constants, compris entre 3000 et 6000 volts-cm, brusquement établis, et observant, à divers instants après l'imposition du champ, les dénivellations avec un microscope muni d'un micromètre oculaire, j'ai constaté les faits suivants :

1° En observant dans l'intervalle 5-60 secondes, les dénivellations, croissantes pour le xylène, l'hexane et l'huile de vaseline, sont décroissantes

(1) *Wied. Ann.*, t. 19, p. 705, et *J. Ph.*, 3e série, t. 3, p. 97.

pour la benzine, l'essence de térébenthine et le limonène; 2° dans le même intervalle de temps, les variations des dénivellations, faibles mais systématiques, étaient de 2 à 3 pour 100 avec la benzine et le limonène, à peine de 1,5 pour 100 avec le xylène, notablement plus grandes avec l'essence de térébenthine et l'huile de vaseline; avec ce dernier liquide, elles atteignaient 25 pour 100; 3° après une durée de charge de 60 secondes, les variations ne pouvaient s'apprécier avec les liquides autres que l'essence de térébenthine, l'hexane et l'huile de vaseline; 4° enfin, en inversant le champ, le condensateur ayant été chargé pendant 60 secondes, on observait, pour tous les liquides, un effet dynamique croissant brusquement et dérivé d'une décroissance.

Ces nouveaux résultats peuvent contribuer à interpréter les effets lents que j'ai (¹) obervés, en étudiant les déformations des isolants solides hétérogènes, dans une direction normale au champ.

a. Pour rendre compte des effets dynamiques, de sens opposés, on pourrait admettre que les dénivellations croissent, pour tous les liquides, dès le début de la charge, passent par un maximum puis décroissent : pour les liquides dont les dénivellations décroissent, la période de croissance s'effectuerait dans un temps très court, tel que les variations échapperaient aux observations; quant à ceux pour lesquels les variations sont croissantes, la charge n'aurait pas été suffisamment prolongée pour permettre de déceler la période de décroissance.

b. On peut tenter une autre interprétation en attribuant les effets dynamiques à une *conductivité* des isolants liquides : les dénivellations croissantes correspondraient à un accroissement de la *conductivité*, tandis que les dénivellations décroissantes seraient connexes d'une diminution de la *conductivité*. Cette dernière interprétation me paraît la plus vraisemblable, car j'ai (²) constaté autrefois, sur l'huile de paraffine, tantôt une augmentation, tantôt une diminution de la *conductivité*, suivant l'intensité du champ; de plus, j'ai observé un accroissement de la *conductivité* par inversion du champ.

L'utilisation de champ alternatif, 42 périodes par seconde, de même intensité que les champs constants, m'a permis d'obtenir, après 5 secondes de charge, des dénivellations invariables dont la constance s'est maintenue pendant 60 secondes, durée des observations.

(¹) *Thèse*, Paris, novembre 1919.

(²) *J. Ph.*, 4ᵉ série, t. 8, p. 665.

D'après la relation ci-dessus, et en employant les résultats relatifs aux champs alternatifs, j'ai calculé les pouvoirs inducteurs spécifiques des liquides désignés ci-dessus. La distance des armatures étant de $3^{mm},12$ et les différences de potentiel oscillant entre 1600 et 1800 volts, les calculs numériques ont fourni les résultats ci-dessous :

Liquides.	Températures.	Densités.	Pouvoirs inducteurs spécifiques.
Xylène	30°	0,852	2,40
Benzine	24,5	0,877	2,31
Hexane	28,5	0,678	1,96
Essence de térébenthine	25	0,867	2,28
Limonène	24	0,878	2,23
Huile de vaseline	26	0,866	2,12

Il est donc possible, comme Fortin [1] et d'autres encore l'ont proposé, de mesurer, par ce procédé, les pouvoirs inducteurs spécifiques des liquides; mais il m'a paru utile de signaler ces variations avec le temps, qu'il faut éliminer si l'on veut en tirer des résultats ayant quelque précision.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur les propriétés oxydantes de certains éléments radioactifs.* — Note de MM. **Pierre Lemay** et **Léon Jaloustre**, présentée par M. G. Urbain.

On sait que les rayons α du radium transforment l'oxygène en ozone, ainsi que l'ont vu Demarçay, puis M. et Mme Pierre Curie.

Il était intéressant de se demander si les éléments radioactifs pouvaient provoquer certains phénomènes d'oxydation soit par l'intermédiaire de la transformation de l'oxygène du milieu oxydable en ozone, soit peut-être en intervenant à la manière des oxydases naturelles ou artificielles.

Nous avons étudié à ce point de vue : les bromures de mésothorium, de radiothorium, de thorium X et de radium.

Dans une première série d'expériences, le sel radioactif était mélangé intimement au milieu oxydable. Dans une seconde série d'expériences, l'ampoule de verre contenant le corps radioactif était placée au sein de la solution à oxyder.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 140, 1905, p. 576.

Nous tenons à préciser que le mésothorium employé était du mésothorium commercial contenant du mésothorium 1 et toute la série de ses produits de désintégration en équilibre avec lui, et de plus une certaine quantité de radium, cette dernière représentant environ 25 pour 100 de l'activité γ totale.

Dans les expériences, les bromures de mésothorium, de radiothorium, de thorium X et de radium se sont révélés comme de puissants catalyseurs d'oxydation, à condition toutefois qu'ils soient en mélange intime avec le milieu oxydable. On pourrait penser que les éléments radioactifs interviennent dans le processus d'oxydation par l'intermédiaire de l'ozone qui prendrait naissance par leur action sur l'oxygène dissous. Mais il est à remarquer que ces éléments n'agissent pas sur l'iodure de potassium en milieu neutre, pour les doses et les temps mis en action et indiqués plus loin ; ils agissent seulement sur l'iodure de potassium en milieu acide. Il s'agit donc d'un mode d'intervention différent.

A. *Action des bromures de mésothorium, de radiothorium, de thorium X et de radium sur l'hydroquinone.* — Les expériences faites à la température du laboratoire, 20° environ, et comparativement avec un tube témoin, ont montré qu'alors que le tube témoin restait incolore, les tubes radioactivés brunissaient rapidement et que l'oxydation était d'autant plus grande que la quantité de substance radioactive ajoutée était plus importante, et était indépendante de la nature de cette dernière pour les doses expérimentées ($\frac{1}{500}$ de microgramme à 50 microgrammes).

B. *Action des bromures de mésothorium, de radiothorium, de thorium X et de radium sur la teinture de résine de Gaïac.* — Ces corps bleuissent la teinture de Gaïac à la façon des aéroxydases, c'est-à-dire sans le secours de l'eau oxygénée, et cette action donne lieu aux mêmes remarques que pour celle constatée avec l'hydroquinone.

C. *Action des bromures de mésothorium, de radiothorium, de thorium X et de radium sur les sels ferreux.* — Ces corps font passer rapidement les sels ferreux à l'état de sels ferriques.

D. *Action des bromures de mésothorium, de radiothorium, de thorium X et de radium sur l'iodure de potassium en solution neutre ou acide.* — En milieu neutre, nous n'avons observé aucune action. En milieu acide, il y a mise en liberté d'iode, et la quantité d'iode mise en liberté est d'autant plus grande que la quantité de substance radioactive ajoutée est plus grande. Elle est indépendante de la nature de celle-ci pour les doses expérimentées, ainsi qu'il résulte des exemples suivants :

	Témoin.	Tube radioactivé au : méso-thorium.	ra-dium.	radio-thorium.	thorum X.
Iodure de potassium........	0g,50	0g,50	0g,50	0g,50	0g,50
Eau distillée................	25^{cm^3}	25^{cm^3}	25^{cm^3}	25^{cm^3}	25^{cm^3}
Acide chlorhydrique normal.	5^{cm^3}	5^{cm^3}	5^{cm^3}	5^{cm^3}	5^{cm^3}

	Tube témoin.	Tube radioactivé au : radium.	méso-thorium.	radio-thorium.	thorium X.
Bromure de mésothorium.....	néant	néant	2 micros	néant	néant
» de radiothorium...	néant	néant	néant	2 micros	néant
» de thorium X......	néant	néant	néant	néant	2 micros
» de radium.........	néant	2 micros	néant	néant	néant
Iode libéré en 24 heures.....	0,0007	0,0011	0,0011	0,0010	0,0011

	Tube témoin.	Tube radioactivé.
Iodure de potassium................	0g,50	0g,50
Eau distillée......................	25^{cm^3}	25^{cm^3}
Acide chlorhydrique normal........	5^{cm^3}	5^{cm^3}
Bromure de thorium X..............	néant	65 micros
Iode libéré en 24 heures............	0,0019	0,0220

E. *Action des bromures de mésothorium, de radiothorium, de thorium X et de radium au travers d'une ampoule de verre.* — Nous avons essayé de répéter les diverses réactions précédentes en immergeant simplement au sein des solutions oxydables des ampoules de verre contenant chacune l'un des corps radioactifs. Dans les divers essais, nous n'avons constaté aucune action oxydante du seul rayonnement capable de sortir des ampoules de verre, c'est-à-dire du rayonnement β et γ.

Il faut donc conclure de ces résultats que les éléments radioactifs expérimentés sont des catalyseurs d'oxydation, que cette action est indépendante de la formation d'ozone, qu'elle est due très vraisemblablement au rayonnement α et que, pour les faibles quantités employées, elle est la même pour les quatre éléments.

GÉOLOGIE. — *Sur le Plomb du Cantal, grand volcan autonome couvrant près du tiers du Massif Cantalien.* Note de M. **Ph. Glangeaud**, présentée par M. Pierre Termier.

Le Plomb du Cantal (1858m d'altitude) est cette montagne couronnée d'une petite éminence basaltique qui domine tout le Massif Cantalien, et

plus directement, à l'Ouest, la vallée, surtout glaciaire, de la Cère. Du Plomb ou de son voisinage, irradient vers le Sud, l'Est et le Nord-Est, de multiples vallées (Goul, Seniq, Brezons, Epic, Ander, etc.), en partie glaciaires également, qui s'encaissent de plus en plus dans la masse volcanique, puis dans son substratum oligocène et archéo-granitique, en drainant, vers l'Alagnon et surtout vers la Truyère, un territoire volcanique dont les limites sont jalonnées par Neussargues, Saint-Flour, Pierrefort, Mur de Barrez et Carlat.

Cette région était considérée jusqu'ici comme représentant un secteur du grand Volcan Cantalien à *cratère unique*. La butte de basalte qui coiffe le Plomb n'était, dans cet ordre d'idées, qu'un *fragment de coulée* issue du gigantesque cratère et les coulées andésitiques qui lui servent de substratum immédiat avaient la même origine.

Mes observations conduisent à une conception très différente sur la genèse et la constitution de cette région.

Et d'abord, le Plomb proprement dit, c'est-à-dire le chapeau de basalte à titanomagnétite de 35^{m} de haut et de 125^{m} de large, qui aurait, dans l'hypothèse précitée, joué un *rôle secondaire* au point de vue géologique, car il ne paraissait *pas enraciné*, représente, au contraire, le *sommet actuel d'une colonne verticale de lave*, remplissant une partie de la cheminée (*neck*) d'un grand volcan dont le cône de scories, de plusieurs centaines de mètres de haut, a été complètement emporté par l'érosion. C'est là un fait fréquent dans les vieilles régions volcaniques, particulièrement dans le Massif Central, et le *culot éruptif* formant sommet du Plomb rappelle singulièrement, à tous égards, le piton de la Banne d'Ordanche dans les Monts Dore.

De cette même cheminée, située très près de l'un des bords et sur la partie la plus élevée de la région précédemment définie, était sortie, antérieurement au basalte, une accumulation de coulées surtout andésitiques, alternant avec des projections régulières ou des brèches variées, *formations convergeant* toutes à la base du Plomb et se *rebroussant vers lui*.

Il n'est donc pas douteux qu'elles provenaient d'une *importante cheminée située en ce point, excentrique* et culminant toute la région volcanique définie plus haut. *Cette grande excentricité de la bouche éruptive*, *par rapport au territoire de laves* et de projections qui en sont issues, ressemble beaucoup à celle de la Banne d'Ordanche, et elle est due également à une cause analogue : à la proximité, vers l'Ouest, d'un autre centre éruptif, situé au delà du cirque des Gardes et du Lioran, qui, par son voisinage immédiat, empêchait les laves de s'écouler de ce côté et leur *imposait un déversement* vers

l'Est, le Nord et le Sud. Ainsi s'explique la dissymétrie du cratère par rapport à ses laves et les caractères topographiques et hydrologiques déjà signalés.

Est-ce à dire que toutes les coulées, les brèches et les projections de la masse volcanique : Le Plomb, Saint-Flour, Mur de Barrez, sont issues de ce centre unique? Il n'en est rien.

Déjà M. Boule avait signalé dans la Planèze de Saint-Flour des restes multiples de petits volcans, réduits aujourd'hui à un culot éruptif. Mais le fait est général, car sur toute la surface, il existe de semblables restes représentant des *volcans secondaires* édifiés sur les flancs du volcan dn Plomb, ainsi que le sont les volcans secondaires qui se dressent sur les flancs de l'Etna, par exemple; chacun d'eux ayant fourni, dans le Cantal, une ou plusieurs coulées d'andésite, de trachy-andésite, de labradorite et de basalte, *plus ou moins coalescentes* avec celles des volcans voisins. C'est là d'ailleurs le mécanisme ordinaire suivant lequel se constitue la masse éruptive d'un grand volcan. Et la part qui revient à la *bouche principale* est parfois assez faible par rapport à celle qui est issue des bouches des volcans secondaires. J'ai montré combien ce fait était frappant dans les Monts Dore.

Le vaste champ de laves et de cônes éruptifs, formant les Planèzes, d'une superficie de plus de 400^{km^2}, fut, à plusieurs époques, recouvert de glaciers qui rabotèrent sa surface et, avec les torrents et les eaux de ruissellement, *remblayèrent* en partie de leurs produits les parties basses, les dépressions comprises entre les coulées des volcans secondaires, ce qui amena une sorte de nivellement général du territoire, dont l'origine est diverse, ainsi que le constate M. Boule.

Mais la constitution géologique des Planèzes est loin d'être uniforme et uniquement basaltique, comme on le croyait, car en dehors des parties volcaniques comprenant aussi des andésites, des andési-labradorites, des labradorites en relief, un tiers environ de la surface actuelle est constituée par d'anciennes tourbières, passant à des sols tourbeux, où des parties aplanies, marécageuses, ayant pour substratum des produits glaciaires, torrentiels ou de ruissellement.

D'autre part, si l'on envisage les abords élevés du Plomb qui comprennent du Sud au Nord : les Puys de la Croix, Brunet, Cantalou, du Rocher et du Peyroux (altitude de 1600^m à 1830^m), formant une crête montagneuse au-dessus de Saint-Jacques et du Lioran, c'est-à-dire des vallées de la Cère et de l'Alagnon, on constate qu'ils sont formés à la partie supérieure par un empilement de coulées surtout andésitiques et trachy-

andésitiques alternant régulièrement avec des projections sur près de 400^m de haut et sont couronnés au Sud par des coulées de basalte avec pendage vers le Sud, l'Est et le Nord. Cependant qu'à leur base entre 1200^m et 1450^m affleurent dans le Cirque des Gardes de nombreux filons et coulées de basalte, d'andésite, de trachy-andésite et de trachy-phonolite, isolés par l'érosion.

J'ai relevé une série de douze coulées épaisses de trachy-andésite et d'andésite formant une série de ressauts et d'escarpements pittoresques depuis le Plomb au Puy du Rocher, jusqu'à Albepierre. Mais il existe des séries pétrographiques plus complètes au Puy de Prat-de-Bouc (10 coulées) où l'on observe parmi les andésites des intercalations de téphrite, basalte et d'andési-labradorite.

De ces données sommaires il résulte que le volcan du Plomb du Cantal constitue un grand *édifice autonome*, complexe, dont le centre *éruptif principal* avait une position *très excentrique* et *asymétrique* par rapport à ses coulées qui, de même que celles des volcans secondaires, s'étaient déversées principalement à l'Est, au Sud et au Nord, vers d'anciennes dépressions oligocènes effondrées.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la radioactivité des sources de la région de Bagnoles-de-l'Orne.* Note de M. **P. Loisel**, présentée par M. Daniel Berthelot.

J'ai étudié, l'an dernier, la radioactivité des deux sources de Bagnoles-de-l'Orne utilisées au point de vue thérapeutique, la Grande Source et la Source des Fées, et j'ai montré que leur radioactivité, assez notable, subissait des variations importantes en rapport avec les chutes de pluie, ce qui permettait de prévoir la situation superficielle des terrains auxquels ces sources empruntent leurs émanations [1].

Je me suis proposé, cette année, d'étudier les sources voisines, cherchant à me rendre compte s'il existe une relation entre la radioactivité des sources et la nature géologique des terrains dans lesquelles elles émergent.

Les sources étudiées doivent être divisées en deux groupes, un premier groupe comprenant les sources situées aux environs immédiats des sources minérales, un second à 3^{km} au sud-est du premier.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 858. La technique expérimentale est décrite dans cette dernière Note. Les nombres donnés alors sont trop faibles à cause d'une erreur d'étalonnage et doivent être augmentés des $\frac{1}{10}$ de leur valeur.

Les sources de l'un et l'autre groupe ont été étudiées à deux reprises, la première en juillet, la seconde en octobre; les valeurs données sont des valeurs moyennes, car la radioactivité présente des variations.

Nom de la source.	Nature du terrain.	Quantité d'émanation dissoute en millimicrocuries par litre. Juillet.	Octobre.
Premier groupe (groupe de Bagnoles).			
Source du Bézier....	Grès de May	0,70	0,21
Source des Fées.....	Grès arénigien	1,77	1,29
Grande Source......	Grès arénigien	0,98	1,00
Puits Joly...........	Granit	0,54	0,72
Source Desnos.......	Limite du granit et du grès	3,10	2,78
Deuxième groupe (groupe de Lignou).			
Source du Viel-Être..	Granit	0,75	tarie
Source de Lignou....	Schistes micacés	1,15	0

Nous voyons d'abord que les sources étudiées sont toutes radioactives, mais à des degrés différents. L'inspection du Tableau ci-dessus permet d'en former deux classes. La première classe comprend les sources à radioactivité permanente (Desnos, Fées, Grande Source, Joly). Ces sources proviennent toutes du granit, traversant ou non le grès arénigien. Pas plus que leur radioactivité, leur débit n'a subi, au cours de cet été, de variations sensibles.

Les sources constituant la seconde classe ont vu au contraire leur teneur en émanation baisser considérablement (Bézier) ou même devenir nulle (Lignou) en même temps que leur débit diminuait, par suite de la sécheresse persistante.

J'ai montré précédemment que les variations de la teneur en émanation de la Grande Source et des Fées s'expliquaient en admettant une double origine à l'émanation dissoute, une portion constante ou valeur minima moyenne et une portion variable, variant dans le même sens que la hauteur de pluie.

L'étude que nous venons de faire confirme cette manière de voir.

Les sources d'origine granitique (Desnos, Fées, Grande Source, Joly) acquièrent leur radioactivité minima constante au niveau des terrains primitifs qu'elles traversent. Leur débit constant, leur température décèlent, d'ailleurs, leur origine profonde.

La teneur en émanation des sources superficielles diminue en même

temps que le débit, débit qui est lui-même sous la dépendance de la pluie. Cette émanation est donc dissoute par l'eau de pluie lorsque celle-ci traverse les premières couches du sol, et peut, dans certains cas, se mélanger à l'émanation provenant des terrains granitiques, provoquant ces variations qu'il nous a été donné d'étudier l'an dernier, et que nous avons retrouvées cette année en dosant, jour par jour, l'émanation dissoute dans l'eau de la Grande Source.

Il y aura lieu de rechercher dans les terrains superficiels l'origine de cette radioactivité surajoutée.

OCÉANOGRAPHIE. — *Sur les variations des eaux atlantiques au large des côtes françaises.* Note de M. **Ed. Le Danois**, présentée par M. L. Joubin.

En exécution du programme du Comité du Plateau atlantique créé par le Conseil international pour l'Exploration de la mer, le chalutier *Tanche*, équipé par l'Office scientifique et technique des Pêches maritimes, a effectué cet été diverses croisières, au large des côtes de France, entre l'Espagne et l'Irlande. Au cours d'une partie des croisières de ce navire, commandé par le capitaine Rallier du Baty, nous avons pu faire, en nombre suffisant, des observations pour arriver à préciser le régime des eaux atlantiques au point de vue de la température.

Le plateau continental de l'entrée de la Manche est recouvert d'eaux froides, en continuité avec les eaux du nord de l'Europe, qui y représentent les eaux *normales ou moyennes;* leur température sur le fond varie peu : de 9° à 12° au maximum. En hiver, ces eaux sont disposées en nappes dont la température est constante sur toute leur hauteur : cette isothermie verticale produit une sorte de stabilisation qui règne de décembre à avril.

En été, de mai à novembre, se produit une importante *transgression* des eaux chaudes du large. Ce phénomène reste, d'ailleurs, localisé dans les couches superficielles, jusqu'à 60^m de profondeur. A partir de 60^m, jusqu'au fond, les couches d'eau ne sont pour ainsi dire pas intéressées par cette extension chaude : leur température est de 11° sur le plateau continental et de 12° en dehors du plateau.

La profondeur où la transgression des eaux chaudes est la mieux marquée est à 50^m. Contournant le cap Finistère, des nappes à une température de 17° à 18° s'enfoncent dans le golfe de Gascogne entre le 45°N et

le 46°N. Vers le Nord, cette nappe s'épanouit en formant trois larges expansions qui empiètent sur le bord du plateau continental :

1° Dans la région du sud-ouest de l'Irlande par le 50°N ;

2° A l'est du banc de la Petite Sole allant jusqu'au 49°20′N ;

3° Au sud-ouest de Penmarc'h.

Les eaux froides moyennes du plateau, par suite de cette triple transgression, se trouvent refoulées et canalisées. Vers la fin de juillet, la nappe chaude du sud-ouest de Penmarc'h coupe la communication qui existait jusque-là entre les eaux du plateau et celles qui remplissent la grande vasière du golfe de Gascogne, de Penmarc'h à La Rochelle. Les eaux froides de la vasière se trouvent ainsi isolées.

Entre les deuxième et troisième transgressions chaudes se trouve une nappe d'eau froide, le long du banc Parsons, qui est littéralement laminée par les eaux chaudes et obligée de déborder vers le Sud en dehors du plateau jusqu'au 46° N. De même les eaux froides du banc de la Grande Sole, pressées par les eaux des transgressions chaudes du sud-ouest de l'Irlande et du banc de la Petite Sole, sont resserrées et débordent vers le Sud et l'Ouest.

Sur la côte espagnole, nous avons trouvé également au nord des caps Ortegal et Prior une nappe froide continentale à 12°, qui débordait le très étroit plateau continental de cette côte. Cette nappe se trouve placée sur une même longitude, le 7° WG, que le débordement des eaux du banc Parsons : il en résulte un étranglement du courant chaud à 18°. Sur ce méridien est la formation d'un véritable *seuil froid* dont la nappe n'excède pas 60 milles.

Aussi sur le plateau continental français, à 50^{m} de profondeur, la transgression estivale des eaux chaudes forme trois poches, limitées par les eaux froides moyennes de ce plateau qu'elles refoulent et forcent à déborder en deux points.

Après l'étranglement du seuil froid du 7° WG, le courant chaud à 17°-18° vient buter contre la côte française, vers la fosse de cap Breton, et dans cette région remonte et s'épanouit en surface produisant un réchauffement intense des eaux superficielles.

Le régime de la Manche est complètement différent de celui des eaux atlantiques : les diverses observations qui y ont été faites cet été par le navire *Pourquoi-pas?*, sous le commandement du Dr J.-B. Charcot, nous permettent d'inférer que le régime de cette mer est lié étroitement à celui de la mer du Nord.

C'est un régime de mer peu profonde à refroidissement et à réchauffement très marqués. Cette grande variabilité de températures est en opposition avec la constance thermométrique des eaux du plateau continental atlantique, et une barrière d'eaux froides qui s'étend d'Ouessant aux îles Sorlingues forme une véritable séparation entre les eaux atlantiques et celles de la Manche.

Les phénomènes que nous signalons sont des phénomènes constants : ils sont susceptibles de variations, mais le principe général reste le même; la concordance des observations faites l'année dernière par le navire *Perche* et de celles faites cette année par la *Tanche* nous a démontré cette constance.

En envisageant cet ensemble de phénomènes au point de vue de l'hydrographie générale, nous pouvons considérer que le plateau continental à l'entrée de la Manche correspond au banc de Terre-Neuve sur la côte américaine, en ce sens qu'il est le siège d'un *heurt* marqué des eaux froides et chaudes. Ce heurt plus intense sur la côte américaine, par suite des grandes accumulations d'eaux froides venant de la banquise et d'eaux chaudes sortant du golfe du Mexique, est sensiblement atténué sur la côte d'Europe, mais la correspondance des phénomènes des deux côtés de l'Atlantique reste cependant entière.

BOTANIQUE. — *Nouvelles études biologiques sur la Rouille des Mauves* (Puccinia Malvacearum *Mont.*). Note de M. **Jakob Eriksson**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Depuis environ vingt années, je me suis occupé d'études sur la biologie de la Rouille des Mauves (*Puccinia Malvacearum* Mont.). Les résultats des recherches des dix premières années ont été résumés dans une Note présentée à l'Académie [1]. Je résume, dans la présente Note, les résultats des expériences effectuées dans ces dix dernières années.

A. Germination des spores. — Par de nouvelles études, il a été mis en évidence qu'il existe pour ce champignon *deux formes de spores*, égales au point de vue morphologique, mais différentes en sens biologique.

En Suède, *une des formes* apparaît en arrière-saison (septembre-octobre) sur de jeunes plantes de Rose-trémière, issues de graines semées pendant l'été (juin), et aussi pendant l'automne suivant (août-octobre) sur des

(1) *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 1776.

plantes qui ont survécu à l'hiver précédent, mais seulement lorsque ces plantes appartiennent à une lignée malade. J'ai donné à ces spores le nom de *spores d'automne*.

L'*autre forme* apparaît, pendant certaines années, au printemps et en été (mai-juillet) sur des plantes hivernées, généralement après un intervalle d'environ trois à quatre semaines (mai). Ce sont les *spores d'été* [1]

Les spores d'automne peuvent germer de deux façons. Si elles se trouvent plongées dans de l'eau, par exemple au fond d'une goutte d'eau, elles germent en formant de *longs filaments*, d'abord minces et droits, ensuite courbés à l'extrémité, et dont les articulations terminales très courtes se désagrègent comme des *conidies*. Si, au contraire, les spores sont situées à la surface d'une goutte d'eau ou dans de l'air saturé de vapeur d'eau, elles germent en formant de *courts et larges promyceliums* courbés en arc et produisant des *sporidies*.

Les spores d'été, au contraire, *germent toujours* de la même manière, en formant de *longs filaments* et des *conidies*.

Les résultats choisis parmi quelques essais faits sur la germination des deux formes de spores se voient sur les Tableaux I et II ci-dessous :

Tableau I. — *Germination des spores d'automne.*

c = germination à courts filaments (avec sporidies).
l = germination à longs filaments (avec conidies).

Althæa rosea (du 1er au 15 octobre 1914).

Jour d'observation.	Nombre des pustules de spores sur des gouttes d'eau.	plongées dans de l'eau.	dans de l'air saturé de vapeur d'eau.	Germination.
1er octobre	5	»	»	c
2 »	6	»	»	$c+l$
3 »	6	»	»	c
3 »	»	6	»	l
9 »	»	»	4	c
11 »	»	»	4	c
12 »	»	10	»	l
15 »	»	»	8	$c+l$
15 »	»	6	»	$l+c$

[1] En 1914 et en 1916, j'ai constaté la production des spores d'automne se continuant au printemps et pendant l'été de l'année suivante.

Tableau II. — *Germination des spores d'été.*

Jour d'observation	Organe sporifère.	Pustules germant dans de l'eau — découvertes.	Pustules germant dans de l'eau — sous lamelle mince.
Althæa rosea (du 23 juin au 29 juillet 1920).			
23 juin	feuille vieille	*l*	*l*
27 »	feuille jeune	*l*	*l*?
27 »	feuille vieille	*l*	*l*
3 juillet	feuille intermédiaire	*l*	?
4 »	feuille jeune	*l*	?
15 »	feuille intermédiaire	*l*	*l*
29 »	feuille jeune	*l*	*l*

B. Lignées malades et lignées saines de Rose-trémière. — Outre les lignées malades de Rose-trémière, il y a aussi des lignées qui se maintiennent intactes durant tout le temps de la végétation, comme le montre le Tableau III ci-dessous :

Tableau III. — *Lignées malades et lignées saines de Rose-trémière, cultivées près de Stockholm pendant les années* 1912 *à* 1920.

Bergianium = *Hortus Bergianus* (Jardin botanique de Bergen).

Année.	Lieu d'origine.	1re année. — Éruption d'arrière-saison.	2e année (floraison). Période de pureté.	2e année (floraison). 1re période de maladie (stade d'été).	2e année (floraison). 2e période de maladie (stade d'automne).	Lignée au début.	Lignée à la fin.
1912.	Haga (Stockholm)...	grave 15/8-15/9	3/5-18/6	grave 26/6-15/7	grave 31/7-17/8	malade	malade
1913.	Haga	grave 1/9-30/10	2/5-24/3	grave 24/5-4/7	grave 25/7-23/8	malade	malade
1913.	Bergianum	o	3/6-25/7	o	grave 28/7-22/8	*saine*	*malade*
1914.	Haga	grave	o	grave 1/5-25/7	grave 27/7-	malade	malade
1914.	Bergianium	o	2/5-8/5	grave 9/5-25/7	grave 27/7-	*saine*	*malade*
1915.	Hilleshog (Laudskrona)......	faible 3/10-10/11	20/5-10/7	o	grave 16/7-6/9	malade	malade
1915.	Haga	très faible 13/10-3/11	20/5-10/7	o	grave 16/7-6/9	malade	malade

Année.	Lieu d'origine.	1re année. — Éruption d'arrière-saison.	2e année (floraison). Période de pureté.	1re période de maladie (stade d'été).	2e période de maladie (stade d'automne).	Lignée au début.	Lignée à la fin.
1916.	Bergianum..........	très grave 3/9-3/10	sér. A : 17/5-12/7	o	grave 19/7-9/8	malade	malade
	Bergianum..........	très grave 3/9-3/10	sér. B-D : o	faible 17/5-12/7	grave 19/7-9/8	malade	malade
1917.	Bergianum..........	?	24/5-23/8	o	o	saine	saine
1918.	Bergianum..........	très grave 2/11	6/5-20/8	o	o	*malade*	*saine*
1919.	Västerös............	?	23/5-15/9	o	faible 4/8-15/9	?	malade
	Haga................	très faible	19/5-15/9	o	grave 4/8-15/9	malade	malade
	Bergianum..........	o	19/3-15/9	o	o	saine	saine
1920.	Bergianum..........	très grave 21/9-18/10	15/5-23/8	o	o	*malade*	*saine*
	Västerös............	o (?)	15/5-23/8	o	o	saine	saine
	Haga................	o (?)	15/5-23/8	o	o	saine	saine

En étudiant ce Tableau, nous trouvons aussi qu'une lignée saine peut être infestée, si elle pousse à côté d'une lignée malade pendant l'époque de la production de spores d'été (par exemple, en 1913 et en 1914). De même, une lignée malade peut se rétablir si l'énergie vitale du champignon s'est épuisée (par exemple, en 1918 et en 1920).

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la biologie des alcaloïdes de la Belladone.* Note de M. **Jean Ripert**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Dans diverses Notes [1], j'ai montré que, chez la Belladone, à la dorsiventralité anatomique des tissus de la tige correspond une dorsenventralité chimique, que la décortication annulaire faite au ras du sol est cause d'une élévation du pourcentage des alcaloïdes dans les feuilles, et d'un abaisse-

(1) Jean Ripert, *Sur la variation de la localisation des alcaloïdes de la Belladone suivant l'éclairement* (26 mai 1920); *Sur la variation de la localisation des alcaloïdes de la Belladone* (12 juillet 1920); *Sur la variation de la localisation et de la teneur en alcaloïdes et le rôle de ces substances chez la Belladone* (11 décembre 1920).

ment dans la racine. J'ai mis en évidence, par des cultures de rameaux coupés, placés à la lumière dans l'eau distillée, soit à l'air libre, soit dans une atmosphère d'oxygène pur, que les alcaloïdes sont des déchets, car leur poids augmente quand les divers aliments diminuent ou disparaissent totalement.

Cette année, j'ai recherché ce que devient la fonction alcaloïdique dans le développement partiel ou total de la Belladone à l'obscurité.

Le 10 mars, sur de jeunes pousses de trois semaines, venues sur des souches de 9 ans, je plaçai des caisses, les isolant complètement de la lumière, mais permettant une aération normale. Le 18 avril, c'est-à-dire après 39 jours d'étiolement, je cueillis ces plantes qui présentaient tous les caractères bien connus d'étiolement intense. Quelques fleurs s'étaient développées. L'examen microchimique des tiges et des feuilles me révéla une teneur alcaloïdique supérieure au témoin ; les épidermes foliaires en contenaient énormément, même dans les cellules les plus éloignées des nervures, ceci n'existant jamais dans l'épiderme supérieur de la plante normale.

L'analyse chimique des plantes témoins et des plantes étiolées nous donna les résultats consignés dans le Tableau suivant :

	Alcaloïdes pour 100 de matières sèches.	Azote albuminoïdique pour 100 de matières sèches.
Feuilles témoins au 7 mars	0,445	2,11
Feuilles témoins au 18 avril	0,540	2,37
Feuilles venues à l'obscurité au 18 avril	0,752	4,96
Tiges témoins au 18 avril	0,515	»
Tiges à l'obscurité au 18 avril	0,713	»

Il y a donc eu à l'obscurité une augmentation des alcaloïdes de

$$0,752 - 0,540 = 0,212 \text{ pour } 100$$

pour les feuilles, et de

$$0,713 - 0,515 = 0,198 \text{ pour } 100$$

pour les tiges, et une augmentation de l'azote albuminoïdique (dosé après élimination des alcaloïdes et des nitrates) de

$$4,96 - 2,37 = 2,59 \text{ pour } 100.$$

Le 18 avril, toutes les tiges furent coupées au ras du sol en même temps que les pieds témoins, et je replaçai les caisses sur les mêmes pieds. Le 5 juin, les pousses nouvelles développées ainsi à l'obscurité mesuraient 45^{cm} de

haut; elles étaient totalement étiolées, et présentaient une légère pigmentation rouge vers la base.

L'analyse chimique me donna les résultats suivants :

	Alcaloïdes pour 100 de matières sèches.
Feuilles témoins au 5 juin	0,532
Feuilles restées 45 jours à l'obscurité	0,972
Tiges témoins au 5 juin	0,498
Tiges restées 45 jours à l'obscurité	0,916

D'où une augmentation, pour les feuilles, de

$$0,972 - 0,532 = 0,440 \text{ pour } 100,$$

et pour les tiges, de

$$0,916 - 0,498 = 0,418 \text{ pour } 100.$$

Je remis à la lumière ce qui me restait de plantes étiolées; au bout de 6 jours d'une insolation directe et intense, les feuilles avaient pris une teinte jaune verdâtre; leur teneur était de 0,958 pour 100 pour les feuilles et de 0,921 pour 100 pour les tiges.

Un deuxième lot, prélevé le 14 juin au soir, après 9 jours d'insolation me donna pour les feuilles 0,703 pour 100 et 0,802 pour 100 pour les tiges.

Un troisième et dernier lot, prélevé le 18 juin au soir, ne dosait plus quant aux feuilles, que 0,550 pour 100.

On constate donc, en 13 jours, que l'influence de la lumière a amené une diminution progressive des alcaloïdes de :

$$0,972 - 0,550 = 0,422 \text{ pour } 100.$$

L'analyse de la racine de ces plantes me donna les chiffres suivants :

	Alcaloïdes pour 100 de matières sèches.
Témoin en février	0,250
Témoin en avril	0,215
Témoin au 20 juin	0,257
Racines supportant les plantes des expériences précédentes :	
Au 15 avril	0,190
Au 15 juin	0,228

Donc les alcaloïdes n'ont pas émigré vers la racine, puisque la teneur de celles-ci n'a pas augmenté mais plutôt diminué.

Je ne saurais encore dire si les alcaloïdes sont rentrés dans le métabolisme alimentaire ou ont été éliminés par un processus encore inconnu. Une série d'expériences en cours me permettra peut-être de résoudre ce problème.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *L'iode chez les Laminaires.* Note de M. P. FREUNDLER, et de Mlles Y. MENAGER et Y. LAURENT, présentée par M. A. Béhal.

Cette Note résume les résultats de plusieurs centaines de dosages d'iode et de nombreuses observations effectuées *sur place* aux îles Saint-Quay et à Roscoff, en 1921, sur les principales Laminaires (*L. Flexicaulis*, *Saccharina*, *Cloustoni*, etc.).

Méthode d'analyse. — L'iode est extrait des algues par chauffage avec une solution de bisulfite de calcium; on oxyde ensuite une partie aliquote de la liqueur par $KMnO^4$ et l'on titre l'iodate formé par le procédé usuel (KI, HCl et hyposulfite), après élimination du bioxyde de manganèse par H^2O^2 (¹). La prise d'essai est de 200g et la précision est de l'ordre de 2 pour 100, échantillonnage compris. Nos conclusions sont basées sur des variations de la teneur en iode, comprises pour la plupart entre 20 pour 100 et 30 pour 100.

RÉSULTATS GÉNÉRAUX. — I. *Diminution du taux d'iode par dessiccation.* — Les Laminaires, quelles que soient les précautions prises, perdent, lorsqu'elles sèchent, une quantité d'iode qui, surtout en été, peut atteindre près de 50 pour 100 de la teneur primitive.

Ainsi, des *L. Saccharina*, récoltées le 7 juillet, ont donné à l'analyse, le 22 juillet, 0g,712, et le 31 juillet, 0g,554 d'iode pour 100 parties de matière sèche. Des *L. Flexicaulis*, cueillies le 2 octobre, renfermaient le 4 octobre, 1g,883, et le 8 novembre, 1g,073 d'iode pour 100 parties d'algues sèches (²).

Nous ignorons actuellement ce que devient cet iode. Une seule expérience, qui sera répétée aussitôt que possible, semble indiquer que des Laminaires séchées et appauvries en iode, sont capables d'en récupérer lorsqu'on introduit de nouvelles algues fraîches dans la pièce où elles se trouvent.

En raison de cette diminution du taux d'iode, nous avons eu soin de n'analyser, pour comparaison, que des lots d'algues de même espèce, récoltés en même temps, et séchés dans les mêmes conditions.

(¹) V. AUGER, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, t. 11, p. 615. — Les détails opératoires seront décrits ailleurs. Nous signalerons seulement ici qu'il est indispensable : 1° d'effectuer le traitement par H^2O^2 à froid, pour éviter la catalyse de IO^3H; 2° de se servir d'eau oxygénée exempte de stabilisateurs organiques; 3° d'employer un excès de KI et de HCl, et d'attendre au moins 3 heures avant de titrer l'iode libéré; durant ce temps, l'essai doit être maintenu à l'obscurité.

(²) Le dosage de l'eau a été fait par dessiccation à 105°, sur 50g en général (voir MOLLIARD, *La Nutrition de la Plante*, t. 1, p. 2).

II. *Influence de la saison.* — Malgré une température de dessiccation beaucoup plus élevée, les récoltes de juillet accusent un excès d'iode par rapport à celles de mars.

Ainsi, des lots de *L. Saccharina*, *Flexicaulis* et *Cloustoni*, ont fourni respectivement les chiffres suivants : Mars, $0^g,603$; $0^g,738$; $0^g,455$ pour 100. Juillet, $0^g,712$; $0^g,826$; $0^g,571$ pour 100 des algues sèches.

III. *Influence de la région.* — Lorsqu'il a été possible de poursuivre des dessiccations dans les mêmes conditions, cette influence s'est montrée faible ou nulle.

Ainsi, les teneurs de récoltes effectuées respectivement à Roscoff et aux îles Saint-Quay, ont été les suivantes : *L. Flexicaulis*, $0^g,716$ et $0^g 738$ pour 100; *L. Saccharina* (juillet), $0^g,555$ et $0^g,554$ pour 100; *L. Saccharina* (août), $0^g,640$ et $0^g,628$.

IV. *Influence de l'âge des tissus.* — Nos essais n'ont porté que sur les *L. Saccharina*. Dans ce cas, le taux d'iode est d'autant plus élevé que les tissus sont plus jeunes.

Nous avons récolté en août, à Roscoff, des individus très jeunes (var. *Phyllitis*), des adultes stériles, à godrons intacts, et des adultes fertiles à lame rongée. Les premiers renfermaient $0^g,696$ pour 100, les seconds $0^g,640$, et les derniers $0^g,451$ pour 100; les trois lots ont été séchés pendant trois jours et analysés simultanément.

B. Résultats particuliers. — *Variation de la teneur dans les diverses parties de l'algue.* — Nous avons étudié à ce point de vue la *fronde entière*, le *bas de la lame* (longueur 12^{cm}-15^{cm} à partir de la base), le *stipe* et, de plus, chez les *Saccharina*, le *godron* et chez les *Cloustoni*, le *vieux mantelet* avant sa séparation (mars).

L. Flexicaulis. — La fronde entière est plus riche que le stipe et que le bas de la lame ($0^g,716$, $0^g,554$, $0^g,513$ pour 100).

L. Saccharina. — Le godron a toujours la teneur maxima ($0^g,634$), puis vient la lame entière ($0^g,468$) et enfin le stipe (0,352). Le bas de la lame est moins riche que la lame entière quand les godrons sont intacts; il est plus riche quand ceux-ci sont partiellement détruits.

L. Cloustoni. — Le stipe [1] est plus riche ($0^g,755$) que la fronde entière ($0^g,570$) et que le bas de la lame ($0^g,537$). Le vieux mantelet diffère peu de la nouvelle fronde. Nous examinerons prochainement la jeune pousse d'hiver.

---

[1] Ce résultat a déjà été signalé par Hendrick (voir Sauvageau, *Utilisation des Algues marines,* p. 175).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Peut-on déterminer la valeur des semences par voie biochimique?* Note de MM. **Antoine Němec** et **François Duchoň**, présentée par M. L. Maquenne.

Au cours de recherches sur l'activité de la glycérophosphatase des graines à l'état de repos, le premier de nous a observé que l'activité de cette diastase varie beaucoup au fur et à mesure que la graine s'altère avec l'âge. En nous basant sur ces expériences, nous avons étudié les relations qui existent entre la vitalité de la graine et son activité diastasique, en vue d'établir s'il est possible de déterminer la valeur agricole des semences — avant tout leur faculté et énergie germinative — par une rapide et en même temps facile voie biochimique, plus avantageuse que l'essai de germination qui est parfois d'une longue durée (semences forestières), de 5 à 30 jours, suivant les espèces.

M. Hargue, en étudiant les altérations de vieillissement des graines en rapport avec la réaction des peroxydiastases, a reconnu que cette réaction permet de distinguer les graines de haute vitalité de celles d'une énergie vitale moyenne ou même peu ou complètement non germinatives [1].

Sans connaître le travail de M. Hargue, nous avons suivi notre idée en étudiant les relations de différentes diastases avec la vitalité des graines de diverses espèces, variétés et origines. Nos expériences ont porté principalement sur l'amylase, l'invertase, la glycérophosphatase, la lipodiastase, l'uréase, l'uricase, la phytoprotéase et la catalase des graines. Les résultats principaux de nos expériences sont réunis dans les Tableaux suivants [2] :

Glycérophosphatase.

Année de la récolte.	Maïs (5g de farine). — Faculté germinative.	P^2O^5 pour 100^{cm^3} de solution. Autolyse.	Glycérophosphate Na à 2 pour 100.	Glycérophosphatase.
		mg	mg	
1886.........	0	10,4	44,7	34,3
1904.........	13	13,1	52,3	39,2
1907.........	31	20,4	116,1	94,7
1912.........	41	20,4	163,4	143,0
1916.........	69	46,9	302,0	255,1
1920.........	96	47,0	361,0	314,0

(1) Hargue, *Journ. Amer. Chem. Soc.*, t. 42, 1920, p. 612, d'après *Bull. Soc. chim. France*, t. 28. 1920, p. 425.

(2) Voir pour plus de détails : *Annales de la Sc. Agron.*, 1921, et *Zemědelský Archiv*, 1921 (Prague).

Lipodiastase.

Année de la récolte.	Moutarde blanche. (5g de farine). — Faculté germinative.	Pour 100cm³ de solution : Acidité en centimètres cubes de soude $\frac{n}{4}$ à phtaléine. Autolyse (l'eau).	Huile de ricin.	Contrôle (ébullition).	Lipodiastase.
1900.........	0	2,5	2,6	1,8	0,1
1910.........	8	4,2	4,8	1,9	0,6
1920.........	94	5,6	30,4	2,2	24,8

Uréase.

Année de la récolte.	Soja (5g de farine). — Faculté germinative.	Ammoniaque pour 100cm³ de solution. Autolyse.	Urée à 1 p. 100.	Contrôle. Enzyme.	Substrat.	Uréase.
			mg	mg	mg	
?	0	8,7	112,4	3,2	2,2	103,7
1912.........	13	6,3	279,7	3,1	2,4	273,4
1919.........	98	5,9	408,1	3,2	2,1	402,2

Phytoprotéases.

Année de la récolte.	Fève (3g de farine). — Faculté germinative.	Azote total.	Azote protéique.	Contrôle. Azote total.	Contrôle. Azote protéique.	Protéases.
		mg	mg	mg	mg	
1900.........	11	130,5	125,7	130,8	126,1	11,3
»	11 (1)	129,8	114,4	128,9	126,1	
1918.........	92	125,4	111,3	124,3	110,8	42,0
»	92 (1)	123,6	69,3	120,9	114,8	

Amylase.

Année de la récolte.	Faculté germinative. — Maïs (5g de farine).	Activité de l'amylase (mg Cu pour 100cm³ de solution).
1891..	0	7
1907..	0	96
1912..	43	204
1920..	98	286

(1) Après 48 heures à 37°.

Catalase.

Année de la récolte.	Faculté germinative. Avoine (2^g de farine).	Oxygène dégagé en 5 minutes de H^2O^2. 15^{cm^3} H^2O^2 à 3 p. 100.	Contrôle.	Catalase.
		cm³	cm³	
1891	0	4,1	3,9	0,2
1910	44	36,1	3,7	33,4
1920	100	78,6	2,8	75,8

On voit, de ces données, que l'action des diastases *hydrolysantes* peut survivre à la perte du pouvoir germinatif de la graine. La catalase se comporte d'une manière nettement différente; il semble que la vitalité perdue de l'organisme est étroitement liée avec l'activité entravée de la catalase. On sait que cet enzyme est extrêmement sensible aux ions hydrogènes; alors il est possible que les modifications chimiques de la graine, caractérisées par une acidification progressive de l'organisme, entraînent la perte graduée de l'activité de la catalase : dans les graines mortes, cette activité semble disparaître presque totalement. Le peu d'oxygène dégagé dans ce cas peut provenir des catalyseurs minéraux ou des substances colloïdales de la graine.

Il est évident que *l'activité de la catalase*, mesurée sous des conditions comparables en centimètres cubes d'oxygène dégagé, *peut représenter un moyen convenable pour évaluer rapidement et facilement, dans quelques minutes seulement, la valeur agricole des semences;* il ne reste qu'à fixer les limites pour le contrôle pratique de cet indicateur vital.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la composition chimique des Astéries.* Note de MM. **Gustave Hinard** et **Robert Fillon**, présentée par M. L. Joubin.

Les Astéries, ou étoiles de mer, extrêmement abondantes en certains points de nos côtes, exercent des ravages considérables sur les bancs d'huîtres et sur les parcs qu'elles ont envahis. La plupart du temps, faute d'en pouvoir tirer parti, les pêcheurs les rejettent à l'eau, soit telles quelles, soit après les avoir coupées en morceaux, ce qui, au lieu de les tuer, en multiplie le développement.

Dans un but de protection de l'ostréiculture, l'office scientifique et technique des Pêches maritimes fut amené à rechercher une utilisation de ces

animaux, qui incitât les pêcheurs à les ramasser ou draguer sur les bancs et à les amener à terre.

Nous avons préparé, avec des étoiles de mer de l'espèce *Asterias rubens* L. récoltées sur les parcs de l'île d'Oléron ou à Luc-sur-Mer, une sorte de farine qui pourrait être employée en agriculture comme engrais azoté calcaire, peut-être aussi pour la nourriture des volailles. Le produit est jaune brunâtre, d'autant moins coloré que la température de séchage est plus basse (nous n'avons pas dépassé 50° C.). Son odeur rappelle celle des farines de poisson. Comme ces dernières, il se conserve bien, à la condition que son taux d'humidité soit peu élevé (inférieur à 10 pour 100).

Voici la composition globale de deux échantillons de ces poudres, rapportée à 100 de produit complètement sec :

	N° 1. Oléron.	N° 2. Luc-sur-Mer.
Matières azotées (N total × 6,25)	36,75	34,50
Matière grasse	6,80	8,27
Matières minérales	54,26	51,65
Matières extractives (par différence)	2,19	5,58

Nous n'avons pas trouvé d'hydrates de carbone en proportion appréciable. Les matières minérales sont constituées, pour $\frac{9}{10}$ environ, par du carbonate de chaux. La matière grasse est liquide à la température ordinaire, brune, fortement oxydée.

Il nous a paru intéressant de procéder à un examen de cette matière grasse. Nous en avons extrait une certaine quantité d'Astéries fraîches (provenance : Luc-sur-Mer). Celles-ci, préalablement hachées, puis passées à l'autoclave pour coaguler les matières azotées solubles et provoquer une déshydratation partielle, ont été traitées successivement par l'acétone et par l'éther sulfurique. Le produit de cette extraction fut ensuite purifié par redissolution dans l'éther de pétrole, distillation du solvant, filtration à la température de 50°, évaporation des dernières traces d'éther de pétrole et d'humidité dans le vide sec, à la température ordinaire.

Nous obtenons ainsi une huile limpide, de couleur jaune-brun foncé, d'odeur faible, rappelant celle de l'huile de foie de morue, et qui présente les caratéristiqnes suivantes :

Densité à 15°	0,9372
Indice réfractométrique à 22° (Amagat et Jean)	+ 47°
Indice de brismer	48°
Indice d'iode (Wijs)	132,7
Indice de saponification	159,1
Insaponifiable	38,94 %

Avec le réactif de Halphen (dérivés bromés), elle donne un trouble immédiat, se résolvant en un précipité persistant, ce qui la classe nettement dans la catégorie des huiles d'animaux marins. Cette huile serait vraisemblablement susceptible des mêmes applications que les huiles de poissons, soit seule, soit en mélange avec celles-ci.

Nous en poursuivons l'étude technique, en même temps que l'étude des variations de composition des Astéries suivant les saisons.

PHYSIOLOGIE. — *L'absorption sous-cutanée de l'oxygène dans les ascensions en montagne et en avion.* Note de M. **Raoul Bayeux**, présentée par M. E. Roux.

L'oxygène, quand on l'injecte sous la peau, rencontre une certaine résistance. Celle-ci se manifeste par une pression qu'indique, dans toutes ses finesses, le petit manomètre de mon *Oxygénateur de précision* construit par Jules Richard.

Si la vitesse d'injection est constante, la résistance est pratiquement invariable : pour une vitesse de 30^{cm^3} par minute, cette résistance est en général, de 40 hydro-centimètres.

C'est ce qui se passe chez un sujet normal, en bonne santé, en état de repos.

Cette résistance, ainsi définie, n'est influencée ni par les variations de la pression artérielle, ni par l'adiposité, ni par la maigreur. Ainsi, comme je vais le montrer, elle varie par le séjour à la haute altitude, bien que ce séjour n'ait pas d'action sur la pression sanguine, comme nous l'avons constaté, M. Vallot et moi, à l'Observatoire du mont Blanc.

D'ailleurs, j'ai vu des résistances élevées chez des sujets maigres et des pressions d'oxygène basses sur des obèses. Sur moi-même, j'ai constaté que cette résistance était identique avant et après un séjour prolongé au mont Blanc, bien que j'y eusse maigri de plusieurs kilos.

Elle est généralement la même sur tous les points du corps où peut se faire une injection. Pendant l'injection même, elle ne s'abaisse pas, malgré que la surface cellulaire absorbante s'étende progressivement. Au contraire, il arrive un moment où elle s'élève, indiquant qu'il faut cesser l'injection. A ce moment-là, en effet, les sujets accusent de la douleur et de l'excitation.

Dans l'état physiologique, la résistance varie suivant l'activité musculaire du sujet.

En pathologie, je puis dire que les maladies asphyxiques ou anémiantes la diminuent, et que les affections qui intoxiquent l'organisme la font augmenter.

Je me suis demandé si l'anoxhémie des très hautes altitudes comporterait un abaissement de cette résistance et j'ai fait cette étude sur moi-même. En juillet 1918, grâce aux ressources que m'avait procurées une subvention du Fonds Bonaparte, j'ai séjourné à Pralognan-la-Vanoise, d'où j'ai pu effectuer la dure ascension de la Grande Casse. J'ai noté mes pressions jusqu'à cette cime, comme l'indique le Tableau suivant :

Tableau I.

Pressions sous-cutanées de l'oxygène injecté à la vitesse de 30$^{cm^3}$ *par minute, dans la plaine, à Pralognan et au sommet de la Grande Casse* (3861^{m}).

Pression moyenne dans la plaine	40
A l'arrivée à Pralognan (1400^{m})	24
Pralognan, 6 jours plus tard (acclimaté)	32
Refuge Félix-Faure (2500^{m})	30
Arête de la Grande Casse (3400^{m})	19
Sommet de la Grande Casse (3861^{m})	16
Refuge Félix-Faure (retour)	34
Pralognan	38

L'ascension de la Grande Casse étant très pénible, il y avait lieu de se demander quelle pouvait être la part de la fatigue dans la diminution de résistance que l'oxygène éprouvait au fur et à mesure de l'élévation en altitude. Pour éliminer la fatigue, je me suis soumis à une forte dépression barométrique en milieu clos, tout en m'injectant de l'oxygène sous la peau. Le 14 octobre 1918, je m'enfermai, en compagnie du médecin-major Garsaux, dans la chambre de décompression de la Station aéronautique de Saint-Cyr. Je ne portais pas de masque respiratoire mais, pendant toute l'expérience, mon *oxygénateur* envoyait de l'oxygène sous ma peau à la vitesse de 30$^{cm^3}$ par minute. J'absorbai ainsi 1200$^{cm^3}$ d'oxygène pendant les 42 minutes que dura la décompression qui nous mit finalement dans une atmosphère correspondant à une altitude de 5300^{m}.

Malgré ce qu'avaient prétendu les auteurs, l'injection ne provoqua aucune tumeur gazeuse considérable sous ma peau. Au contraire, le gaz s'étala en lame mince et je l'absorbai si rapidement que, lorsque la recompression fut terminée, 71 minutes après le début de l'expérience, il en restait à peine une trace. Je n'avais éprouvé aucun malaise; mon pouls s'était seulement accéléré et ma respiration aussi, mais très légèrement, comme l'indique le Tableau suivant :

TABLEAU II.

Expérience faite à la Station aéronautique de Saint-Cyr, le 14 *octobre* 1918, *dans la chambre à décompression, avec l'assistance du médecin-major Garsaux* (*Sujet d'expérience :* RAOUL BAYEUX).

Pression en millimètres de mercure.	Altitude correspondante.	Durée des étapes.	Pouls par minute.	Vitesse respiratoire.	Résistance à l'oxygène.
740	160^m	départ	72	18	37
710	500	2 min.	72	18	37
630	1500	9 »	74	18	35
520	3060	15 »	78	18	33
460	4020	26 »	78	18	33
445	4350	30 »	80	18	30
410	4800	36 »	82	20	26
390	5300	42 »	84	22	21
520	3060	49 »	72	19	29
550	2700	53 »	72	19	35
665	1100	62 »	72	16	38
740	160	71 »	68	14	38

Cette expérience montre que : 1° l'injection sous-cutanée d'oxygène permet d'affronter l'ascension rapide (en 42 minutes), à une très haute altitude (5300^m) sans aucun danger, sans autre phénomène qu'une légère augmentation des pulsations cardiaques et une *très légère* accélération des mouvements respiratoires; 2° l'absorption de l'oxygène se fait beaucoup plus rapidement pendant une ascension qu'en demeurant à une altitude plus basse; 3° la résistance à l'absorption de l'oxygène diminue à mesure que l'altitude augmente.

Ces résultats sont de nature à autoriser l'emploi des injections sous-cutanées d'oxygène comme *préparation* aux ascensions en ballon aussi bien qu'aux voyages en avion. Quant à leur utilité dans les courses de l'alpinisme, j'ai montré qu'elles y ont fait leurs preuves.

PHYSIOLOGIE. — *Influence du sympathique sur la sensibilité : effets de la résection du sympathique sur le reliquat de sensibilité d'un membre dont les nerfs ont été sectionnés en presque totalité.* Note de M. **AUGUSTE TOURNAY**, présentée par M. Charles Richet.

Nous avons réalisé des expériences qui mettent en évidence certaines modifications de la sensibilité consécutives à une résection partielle du grand sympathique. Des expériences préalables nous avaient montré que,

lorsque soit chez des chiens intacts, soit sur des chiens ayant subi une section de nerfs symétriquement aux deux cuisses, on pratique d'un seul côté, au versant interne du talon, sans précautions aseptiques, une pointe de feu profonde intéressant tous les plans jusqu'à l'os même, on observe (quand sont réalisées certaines conditions d'irritation de la plaie qui paraissent nécessaires) les deux phénomènes suivants :

D'une part, se produit et s'accentue en quelques jours un affaissement de ce talon, dans la station debout et dans la marche, par hypotonie et atrophie des muscles jumeaux avec relâchement du tendon d'Achille.

D'autre part, se manifeste une tendance de l'animal à maintenir, sinon constamment du moins de temps en temps, le pied correspondant plus ou moins levé par flexion des segments du membre, le chien se tenant et marchant sur trois pattes.

Le soulèvement, très marqué chez le chien intact, est moins prononcé après section complète des nerfs sciatiques. Mais, en fait, même chez des chiens ayant subi la section à la fois des nerfs sciatiques et des nerfs saphènes internes — et que l'on pourrait croire ainsi totalement privés de l'innervation centripète de tout le pied, de la région du talon et de la partie inférieure de la jambe — la production du phénomène n'est pas complètement empêchée.

Nous avons alors pratiqué bilatéralement les pointes de feu après avoir en plus, d'un seul côté, réséqué le sympathique. Cette résection, pour autant que les troubles observés pouvaient être présumés d'origine réflexe, n'allait-elle pas les prévenir en supprimant la dernière voie nerveuse ?

Expérience I. — (Chien 154). 7 mars 1921 : résection de la chaîne sympathique abdominale gauche de la 2e vertèbre lombaire à la 2e sacrée. 18 mars : section des deux nerfs sciatiques à la cuisse. 28 avril : pointe de feu à chacun des talons. 29 avril : le chien manifeste assez fréquemment une asymétrie d'attitude; la cuisse gauche est fléchie et le pied nettement détaché du sol. Observation poursuivie dix jours; le phénomène devient très net et se reproduit très fréquemment dans la station et dans la marche.

Expérience II. — (Chien 155). Mêmes opérations : mêmes constatations.

Expérience III. — (Chien 165). 18 mai 1921 : résection de la chaîne sympathique abdomino-pelvienne gauche, avec dénudation de l'artère iliaque. 6 juin : section des deux nerfs sciatiques. 13 juin : section des deux nerfs saphènes internes. Pointes de feu le 15 juin au matin. Le même jour à 23 heures, le chien a été vu tenant le pied gauche levé. Le soulèvement de ce pied dans la station et dans la marche est observé avec une grande netteté jusqu'au 24 juin.

Expérience IV. — (Chien 166). Mêmes opérations que sur le chien 165 : mêmes constatations, mais à un degré un peu moins prononcé.

Ces résultats ne laissèrent pas de nous surprendre tout d'abord. Nous pensions que les sections nerveuses pratiquées à la cuisse avaient complètement privé la région intéressée par la pointe de feu de toute innervation sensible par la voie des nerfs spinaux. Or, la section de la seule voie qui pouvait vraisemblablement subsister, la voie sympathique, au lieu de déterminer — à en juger par le soulèvement du pied — la cessation des réactions, paraissait les exalter.

Un examen plus attentif révélait en même temps des modifications correspondantes de la sensibilité. Tandis que le pincement énergique des divers plans du talon à la partie inférieure du tendon d'Achille n'était suivi à droite de presque aucune réaction, à gauche un pincement semblable provoquait dès la première exploration, et à chaque fois, une réaction plus ou moins marquée de l'animal qui tournait la tête et parfois montrait les dents, qui dans tous les cas effectuait un soulèvement et retrait du pied.

Nous recherchâmes alors si, malgré ces sections nerveuses apparemment complètes à la cuisse, il n'aurait pas pu subsister quelque reste de voie nerveuse susceptible d'être encore sectionnée. C'est ce qui fut établi par les expériences suivantes.

Expérience V. — (Chien 172). 27 juin 1921 : section des deux nerfs sciatiques. 4 juillet : résection de la chaîne sympathique abdomino-pelvienne gauche, avec dénudation de l'artère iliaque. Le 11 juillet, en plus de la section des deux nerfs saphènes internes, découverte à la jambe des expansions aponévrotiques descendant des muscles postérieurs de la cuisse pour s'insérer conjointement au tendon d'Achille, section transversale complète de ces expansions qui sont ensuite suturées au catgut.

Consécutivement : aucune asymétrie de sensibilité ni, à la suite des pointes de feu pratiquées le 15 juillet, aucune asymétrie d'attitude.

Expérience VI. — (Chien 173). Mêmes opérations, mêmes constatations.

Expérience VII. — (Chien 174). Mêmes opérations, mêmes constatations.

C'est donc grâce à ce reliquat de voies sensitives ainsi descendues de la cuisse par dérivation dans ces expansions aponévrotiques que l'influence de la résection sympathique se traduisait par le renforcement de la sensibilité et le soulèvement du membre du côté correspondant.

Les traités de physiologie et les publications contemporaines ne nous fournissaient aucun éclaircissement sur de tels phénomènes. Mais nos résultats se raccordent aux faits signalés par Claude Bernard, dès l'origine de ses recherches sur le sympathique.

« Quand on extirpe le ganglion cervical supérieur chez un chat ou chez un lapin, la sensibilité se trouve augmentée dans tout le côté correspondant

de la face. C'est particulièrement sur l'œil qu'on peut constater le phénomène avec le plus de facilité. Toutefois cette espèce d'appréciation de la sensibilité exagérée est souvent difficile à obtenir par les moyens ordinaires. Mais le fait devient très évident quand on fait agir certaines substances comme le curare, par exemple, qui abolissent peu à peu la sensibilité. Ainsi quand on empoisonne un animal par une dose de curare très diluée, toutes les parties du corps où le sympathique n'a pas été coupé deviennent insensibles bien avant le côté de la face où le ganglion cervical a été enlevé ([1]). »

L'illustre physiologiste fit de temps en temps, par la suite, allusion à cette constatation première; mais, plus préoccupé, semble-t-il, de l'importance et de la signification des phénomènes vaso-moteurs et thermiques, il ne poussa pas plus avant la recherche et l'explication de ces conséquences sensitives. Depuis lors, le problème ne paraît pas avoir été repris.

Les expériences que nous venons de rapporter reproduisent ce phénomène sous une forme très analogue, mais sur un autre territoire et, grâce à la différence du procédé utilisé pour apprécier la sensibilité, dans des conditions particulières de précision.

BIOLOGIE. — *Sur des fécondations hétérogènes.*
Note de M. **Alphonse Labbé**, présentée par M. Henneguy.

Les œufs de *Sabellaria alveolata* L. et ceux de *Lineus longissimus* Sowerby, que j'ai utilisés comme matériel femelle, sont pondus immatures, au stade de vésicule germinative, plissés et déformés. Après la ponte, dans l'eau de mer, ils se déplissent, reprennent leur forme sphérique et, environ trois quarts d'heure après, on voit apparaître le premier fuseau de maturation, pourvu de deux asters. Mais la mitose s'arrête en métaphase, et si une activation n'intervient pas, la cytolyse se produit.

Sur ce matériel ovulaire, j'ai cherché à produire l'activation par le sperme d'animaux très divers, et zoologiquement très éloignés : Batraciens, Poissons, Crustacés, Mollusques. Comme on pouvait s'y attendre, les résultats ont été très irréguliers et souvent nuls. Je ne noterai que ceux qui m'ont paru les plus caractéristiques et les diviserai en trois catégories :

1° Activation par simple contact du spermatozoïde étranger, sans pénétra-

([1]) *C. R. Société de Biologie*, 1851, p. 163.

TION. — *a. Sabellaria alveolata* ♀ × *Maïa squinado* ♂. — Il est tout d'abord intéressant de constater que les spermatozoïdes de *Maïa*, non seulement sont attirés par les œufs d'Hermelle et se pressent autour d'eux, mais encore sont influencés comme s'ils étaient au contact d'œufs de leur espèce. Invaginés qu'ils étaient dans leurs enveloppes, ils se dévaginent suivant le mode que j'ai décrit dans des travaux antérieurs [1]. Ils viennent alors s'accoler à la surface des œufs de *Sabellaria*, de telle façon que, leurs appendices élastiques étant appliqués sur l'œuf, le noyau est en contact immédiat avec la surface de celui-ci, la tigelle centrosomienne étant tournée vers l'extérieur. De ce comportement résulte que le noyau fait pression sur la surface de l'œuf, d'où, à ce niveau, une légère concavité logeant la tête du spermatozoïde. Mais quoique ce dernier exerce une pression de contact caractéristique, je n'ai vu aucune pénétration de l'élément mâle, bien qu'il y ait ainsi une cinquantaine de spermatozoïdes accolés à l'œuf.

Il n'en résulte pas moins une activation de l'œuf. La membrane se forme, la première mitose de maturation s'achève, puis la deuxième; et, après l'expulsion des deux globules polaires, le pronucleus ♂ se divise, et l'œuf se segmente, normalement, quoique avec un peu de retard sur les œufs témoins fécondés par du sperme de *Sabellaria*. Environ 30-36 heures après, j'avais des trochosphères normales et nageantes.

Il faut remarquer cependant que le nombre de ces larves était peu considérable par rapport à celui des œufs arrêtés au stade blastula et des fragmentations en boules sans division nucléaire. Il n'en est pas moins vrai que la seule *irritation locale* produite par le spermatozoïde étranger *peut* déterminer l'activation. Il s'agit bien d'ailleurs d'une action du spermatozoïde et non du liquide spermatique, car le sperme tué à l'eau distillée ou chauffé ne donne aucun résultat.

Le sperme de *Maïa* seul, peut-être simplement à cause de la grande taille des spermatozoïdes, a pu activer les œufs de *Sabellaria*. Je n'ai obtenu que des cytolyses en boules avec le sperme d'autres Crustacés (*Carcinus moenas, Portunus puber, Inachus scorpio, Porcellana platycheles*, etc.).

Reste à savoir si l'influence mécanique suffit à l'activation, ce qui reviendrait à une activation par piqûre.

---

(1) Alphonse Labbé, *Sur la spermatogenèse des Crustacés Décapodes* (*Comptes rendus*, t. 137, 1903, p. 272), et *La maturation des spermatides et la constitution des spermatozoïdes chez les Crustacés Décapodes* (*Arch. Zool. expér.*, 4e série, vol. 2, Notes et Revues, n° 1, 1904).

Goodrich ([1]) vient de montrer que, chez *Nereis*, si l'on enlève le spermatozoïde dès sa pénétration, les globules polaires sont émis, bien que le contact sexuel n'ait duré que quelques minutes. Ce simple contact suffit donc à produire l'activation. Il est abusif d'en déduire, comme le fait l'auteur précédent, que le spermatozoïde active une fertilizine ovulaire, et l'on ne peut affirmer davantage que l'action mécanique est seule en cause.

b. Sabellaria ♀ × *Rana temporaria* ♂. — J'ai obtenu des résultats analogues avec ce croisement. Il n'y a pas pénétration du spermatozoïde et la segmentation commence. Mais je n'ai obtenu que deux trochosphères et la plupart des œufs subissent la fragmentation cytolytique.

2° Activation après pénétration du spermatozoïde étranger. — *a. Lineus* ♀ × *Sabellaria* ♂ nous montre la formation d'un cône d'attraction et la pénétration du spermatozoïde. Aussitôt après, la membrane se forme. La tête se gonfle, pénètre plus ou moins loin dans le cytoplasme ovulaire et peut même approcher du noyau ♀. Les globules polaires sont émis, mais il n'y a pas de caryogamie; le noyau spermatique, beaucoup plus petit que le noyau femelle, reste inerte, inactif et disparaît au stade 2 ou 4. La segmentation, d'ailleurs, n'a pas dépassé le stade 6.

b. Lineus ♀ × *Patella vulgata* ♂ donne exactement les mêmes résultats. La chromatine paternelle reste inactive et est finalement résorbée. Ce sont donc des cas analogues à ceux observés par Godlewsky, Baltzer et autres.

3° Non-activation, malgré la pénétration du spermatozoïde étranger. — Dans les croisements : *Sabellaria* ♀ × *Motella tricirrata* ♂ et *Lineus* ♀ *Blennius niger* ♂, le spermatozoïde pénètre, se gonfle et l'on peut croire à une activation. Mais le premier fuseau de maturation reste en métaphase et la cytolyse noire se produit. La notion du *catalyseur-noyau* invoquée par Bataillon paraît ici en défaut.

Ces seules expériences ne nous permettent aucune conclusion. La parenté zoologique des espèces en présence n'est pas en cause, car j'ai vainement essayé la fécondation de *Sabellaria* par d'autres Polychètes. Tout ce que nous pouvons dire, c'est que *la fécondation même très hétérogène peut sauver l'œuf de la mort, sans lui transmettre les caractères paternels; que la pénétration du spermatozoïde étranger n'est pas nécessaire pour que l'activation se produise, et que cette pénétration, lorsqu'elle s'effectue, ne détermine pas forcément l'activation.*

([1]) Goodrich, *Rapidity of Activation in the Fertilization of Nereis* (*Biolog. Bull.*, 1921, p. 196-201).

Je dois ajouter que, lorsque le spermatozoïde pénètre, il ne se produit pas de spermaster; mais que le premier fuseau de maturation comporte deux asters. La nécessité d'une irradiation cytoplasmique déterminée ou apportée par le spermatozoïde paraît donc secondaire.

BIOLOGIE. — *Recherches biogéographiques sur la zone des marées à l'île d'Yeu.* Note de M. **P. de Beauchamp**, présentée par M. Mangin.

Comme suite à mes études bionomiques sur nos côtes océaniques, et en particulier à celle de l'île de Ré que j'ai résumée ici même ([1]), j'ai entrepris cette année, toujours avec l'aide de la Caisse des Recherches scientifiques, celle de l'île d'Yeu, peu éloignée de la précédente vers le Nord, mais très différente par sa nature géologique et sa position. Elle est constituée en effet par un granit parfois schisteux, formant des falaises assez hautes et très découpées, au lieu des longs plateaux calcaires exondables qui défendent à Ré les zones supérieures au moins de la lame, ici beaucoup plus violente d'ailleurs, vu l'éloignement du continent. Aussi toute la côte exposée au Sud-Sud-Ouest et la partie occidentale de la côte opposée appartiennent-elles au mode battu, celle qui va de Port-Joinville à la Pointe du Corbeau étant seule relativement abritée. De là, la répartition des grandes associations bionomiques que nous allons indiquer.

Sur la côte abritée, et dans les fonds de baie de l'autre, les Fucacées supérieures prennent, sans rien présenter de particulier, un développement considérable, surtout *Pelvetia* et *Ascophyllum* (assez peu abondants, chose curieuse, à l'île de Ré). Dès qu'on quitte ces points, toutes passent à l'état dissocié; les *Pelvetia* subsistent pourtant par touffes isolées, jusqu'en des endroits fort exposés, ce qui, leur hauteur absolue paraissant varier peu, fournit un excellent point de repère. Cette hauteur est voisine de 4^m au-dessus du o de la carte marine ([2]). On remarque souvent sur les flancs d'une baie une bande sombre horizontale, de quelques décimètres de largeur, formée exclusivement de *Pelvetia* au fond, de *Lichina* avec quelques touffes de celle-ci plus près du large, et qui arrive aux pointes à être recouverte par les Chthamales. Elle surmonte les Fucus continus, puis raréfiés. En ces derniers points, le *F. vesiculosus* forme des

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1233.

([2]) Il est essentiel de remarquer, avant de comparer ces chiffres à ceux que j'ai donnés pour Ré, que, bien que l'amplitude maxima des marées diffère peu dans les deux cas (un peu plus de 7^m ici), le zéro arbitraire des cartes est placé tout différemment dans les deux régions. Il est plus haut dans la région vendéenne, de sorte que les basses mers de syzygie ont fréquemment une cote négative.

touffes isolées à tiges grêles et dressées, presque dépourvues de vésicules. L'espace libre entre elles est envahie par les Chthamales et par d'autres formes moins banales telles que l'Algue calcaire *Ténarea tortuosa* qui trouve paraît-il à Yeu la limite septentrionale de sa répartition bien qu'elle y soit aussi abondante que beaucoup plus au Sud sur la côte basque [1]. Elle peut remonter aussi haut que les Fucus les plus élevés.

Au-dessous des *F. serratus*, à 1^m ou un peu plus du 0, l'*Himantalia lorea*, espèce fort intéressante par les anomalies de sa répartition, forme à Yeu une bande aussi nette que dans les plus belles stations du Finistère, bien qu'elle disparaisse de la zone des marées dans tout le golfe de Gascogne, pour réapparaître à son autre extrémité sur la côte cantabrique comme l'a montré Sauvageau. Elle appartient à un mode moyennement battu : elle manque (comme la Ténarée) aux points calmes : les fonds de baie, et la partie de la côte spécifiée plus haut ne forme bordure que là où les Fucacées supérieures sont déjà dissociées, subsiste encore quand elles ont à peu près disparu, manque aux pointes extrêmement battues. Entre ses pieds (entre les *F. serratus*, qui descendent plus bas, aux points abrités), la roche est couverte par les touffes frisées, verdâtres l'été, de *Gigartina mamillata* (*Chondrus crispus* est plus rare et remonte moins haut). Enfin, dans tous les points où les grandes Algues ne sont pas continues, surtout dans les fentes et recoins, un rôle important est joué par les gazons très ras de Floridées que j'ai étudiés ailleurs et auxquels prennent part non seulement *Laurencia pinnatifida* et *Gigartina acicularis*, mais des *Plocamium*, des *Gelidium*, des *Corallina*.

Les Laminaires et leurs espèces associées n'apparaissent qu'au voisinage du 0, mais prennent un magnifique développement. Aux pointes très saillantes elles sont précédées uniquement par ces gazons ou par des associations animales. En effet les Moules, qui apparaissent par petits groupes un peu plus près du large que les Ténarées, arrivent à y remplacer la plus grande partie des Fucus inférieurs, et les *Pollicipes* qui leur sont mêlés ont à peu près les mêmes limites, mais recherchent exclusivement les points où la lame brise sans cesse; ils arrivent à y former des masses confluentes et mamelonnées. Enfin, les Hermelles, autre association du mode battu, qu'on trouve à la même hauteur en mince vernis un peu partout, forment au voisinage des plages de sable un véritable trottoir un peu au-dessus du niveau des Himanthalies. Aux mêmes endroits (plages des Vieilles, de la Conche) les Moules recouvrent des rochers isolés au milieu du sable des baies et où manquent pourtant Ténarées et Himanthalies, ce qui montre que le voisiuage du large n'influence pas seul la répartition de ces formes.

La faune associée en tous ces points est extrêmement pauvre malgré l'abondance de quelques formes banales (*Asterias glacialis*, *Actinia equina*, Crabes et Porcellanes communs). Aux revêtements des fentes et surplombs pourtant nombreux et profonds ne prennent part, avec les Eponges et les Bryozoaires, que très peu d'Ascidies (maigres *Botryllus*, *Leptoclinum*, *Amaroncium*), par place les Actinies *Corynactis viridis* et *Sagartia sphyrodeta*. et presque partout deux espèces de petits Madrépores dont je n'ai pas encore la détermination.

---

(1) Le Pulmoné *Oncidiella celtica*, forme sporadique à ce niveau, paraît en fréquenter avec prédilection les touffes.

Du côté abrité, entre le port et la plage de la Conche, on rencontre des herbiers sur fond sableux (il en existe aussi quelques taches dans les baies de la côte Sud). Ils sont peu développés et dépassent à peine le niveau des Laminaires, soit le zéro, sauf quelques *Zostera nana* bordant en haut les *Z. marina*. Mais leur présence suffit pour enrichir la faune sessile, spécialement en Ascidies composées; on y retrouve comme à Ré beaucoup des espèces de Bretagne développées sur les rochers et surtout sur les Cystosires des cuvettes. Les herbiers s'entremêlent de façon irrégulière à la plage sableuse nue, qui présente une belle étendue à Kerchalon où elle est remarquable non par les Lamellibranches et Polychètes ubiquistes, mais par un groupement animal bien connu sur certaines plages bretonnes : *Echinocardium cordatum*, *Peachia hastata*, *Sipunculus nudus*, *Balanoglossus clavigerus*. En dehors de cette région les plages, dont le sable est plus remué, sont presque azoïques.

En somme, les côtes de l'île d'Yeu sont peu remarquables par le nombre et l'abondance des espèces animales; elles n'en présentent pas moins un grand intérêt biogéographique par la répartition de quelques-unes, que j'étudierai ailleurs, et par la netteté schématique avec laquelle s'y présentent et y varient les grandes associations bionomiques.

ZOOLOGIE. — *Brachyptérisme et aptérisme dans le genre* Gerris. Note de M. **R. Poisson**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

On sait que l'on peut observer chez les Ptérygotes tous les cas différents d'atrophie partielle ou de disparition complète de l'une ou des deux paires d'ailes. Pour l'étude de cette question, les Hémiptères-hétéroptères sont particulièrement favorables. Je consignerai ci-dessous mes expériences et observations sur le genre *Gerris*.

A. Matériel d'étude; *Gerris* du Calvados. — *a. Gerris* (*Limnotrechus*) *lacustris* L. Cette espèce s'observe pendant toute l'année et ne se cache qu'au moment des grands froids. Elle s'accouple et pond très tôt au printemps et peut poursuivre sa ponte très tard jusqu'à la mi-octobre. Il y a plusieurs générations par an. Les formes brachyptères et microptères [1] sont en tout temps assez communes, et même très communes fin octobre. La forme aptère est toujours rare.

b. L. thoracicus Sch. Cette espèce a le même genre de vie que *L. lacustris;* elle s'accouple et pond très tôt au printemps; les formes brachyptères et aptères sont surtout communes à cette époque.

c. L. argentatus Sch. Mêmes observations que pour *L. thoracicus*.

---

[1] *Gerris* (Hémiptères-hétéroptères) du Calvados. Polymorphisme chez *G. lacustris* L. et perte de la faculté du vol chez cette espèce (*C. Ass. fr. Av. Sc.*, Rouen, 1921).

d. L. gibbifera Sch. L'espèce est toujours macroptère et ne s'observe que pendant la belle saison.

e. G. (*Hygrotrechus*) *najas* Geer. L'espèce est normalement aptère; la forme macroptère est très rare. Cette espèce pond très tôt au printemps et ne se cache qu'au moment des grands froids.

f. H. paludum. F. L'espèce est normalement macroptère et ne s'observe que pendant la belle saison (du printemps au début de l'automne); la forme brachyptère est très rare.

B. Expériences faites en vue d'étudier l'allure générale du macroptérisme et de l'aptérisme. — *Première expérience.* — Couple A. de *L. lacustris* (¹) sous sa forme brachyptère. Sur 82 imagos provenant de ce couple, j'ai obtenu : 69 brachyptères semblables aux parents (²) et 13 macroptères normaux; il n'y a pas de formes intermédiaires.

Ce qui donne un pourcentage de 84 pour 100 de brachyptères et entre 15 et 16 pour 100 de macroptères. Les 50 premiers œufs éclos ont donné 8 pour 100 de macroptères; les 32 œufs suivants, 28 pour 100 (³).

Deuxième expérience. — Couple de brachyptères A^1, les conjoints étant les petits du couple A. Sur 52 imagos provenant de ce couple, j'ai obtenu 40 brachyptères semblables aux parents et 12 macroptères; il n'y a pas de formes intermédiaires. Le pourcentage s'établit ainsi : 76 à 77 pour 100 de brachyptères et 23 pour 100 de macroptères. Parmi les macroptères obtenus, l'un avait l'aile postérieure gauche rudimentaire; 3 autres présentaient un pronotum anormal et ne pouvaient pas voler; à la dissection, les muscles alaires semblaient normaux.

Troisième expérience. — Couple de *L. lacustris* sous sa forme macroptère. Sur 53 imagos provenant d'un couple de macroptères, j'ai obtenu 49 macroptères normaux et 4 brachyptères présentant une légère oscillation dans la longueur des élytres. Le pourcentage est donc de 92 à 93 pour 100 de macroptères et entre 7 et 8 pour 100 de brachyptères.

D'autres couples de macroptères m'ont donné uniquement des macroptères, soit 100 pour 100.

Quatrième expérience. — Couple de *L. thoracicus* sous sa forme aptère. Sur 89 imagos, j'ai obtenu 6 aptères et 83 macroptères; il n'y a pas de formes intermédiaires. Le pourcentage est donc de 6 à 7 pour 100 d'aptères et 93 pour 100 de macroptères. Parmi les 30 derniers imagos, il s'est trouvé un seul aptère.

Cinquième expérience. — Couple de *L. argentatus* sous sa forme aptère. Sur 71 imagos, j'ai obtenu 4 aptères et 67 macroptères. Les résultats sont donc identiques à ceux de l'expérience précédente.

C. Expériences faites en vue d'étudier l'action de la nourriture sur le phénomène. —

(¹) Les couples ont été formés à partir de larves à la cinquième mue, prises dans des stations et élevées au laboratoire jusqu'à la sixième et dernière mue.

(²) De légères variations individuelles seront étudiées dans un Mémoire plus détaillé.

(³) La durée du développement larvaire est sensiblement la même pour les deux formes.

Sixième expérience. — Couple de *L. lacustris* brachyptères; parents et larves ayant eu deux fois moins de nourriture que ceux de l'expérience n° 1. Sur 79 imagos, j'ai obtenu 68 brachyptères et 11 macroptères; soit 14 pour 100 de macroptères et 86 pour 100 de brachyptères. Les résultats sont donc comparables à ceux de l'expérience n° 1.

D. Action de la température. — La chaleur (15° à 30°) accélère beaucoup le développement embryonnaire et post-embryonnaire des *Gerris*. Par contre, on peut dire, d'une façon générale, qu'une température élevée ou une basse température sont nuisibles au développement des œufs et des larves. C'est ainsi, par exemple, que si l'on maintient des œufs et des larves durant 1 à 2 heures par jour à une température de 36°-40° on constate une assez forte mortalité. Ce facteur n'a aucune action marquée sur le développement des ailes.

E. Amixie (partielle tout au moins) des formes macroptères, brachyptères et aptères. — J'ai constaté que l'accouplement n'a lieu, en général, qu'entre des formes semblables : macroptères × macroptères; brachyptères × brachyptères; aptères × aptères. La réduction ou la disparition des ailes et des muscles alaires entraîne des transformations corrélatives des pièces du thorax et de l'armure génitale, qui gênent l'accouplement.

F. Anatomie microscopique des muscles alaires. — 1° *L. lacustris* : (*a*) *imagos brachyptères;* en règle générale ces formes n'ont pas de muscles alaires; cependant deux fois sur 35 thorax examinés, j'ai observé chez cette forme des muscles d'apparence normale. (*b*) *imagos macroptères;* en règle générale les muscles alaires son bien développés : trois fois cependant, sur 32 thorax examinés, je n'ai pas observé de muscles. 2° *L. thoracicus : imagos aptères;* j'ai observé deux individus dont le thorax à première vue avait les apparences d'un thorax de macroptères et qui possédaient des muscles alaires bien développés.

Conclusions. — Ainsi que Mercier (1921) l'a déjà observé chez les Diptères, il n'y a pas, chez les *Gerris*, parallélisme absolu entre la disparition des ailes et celle des muscles alaires. Mes observations montrent qu'il peut exister une indépendance complète entre muscles alaires, ailes et élytres. Pour que l'insecte conserve la faculté du vol, il faut qu'il y ait harmonie absolue dans le développement de ces différents organes et corrélation parfaite avec les pièces du thorax.

Le facteur nourriture et le facteur température ne paraissent pas jouer un rôle déterminant dans l'apparition des formes macroptères, brachyptères et aptères chez les *Gerris*. Le macroptérisme, le brachyptérisme et l'aptérisme relèvent évidemment de processus plus complexes. Le fait que macroptères, brachyptères et aptères paraissent être en amixie, et que d'autre part un couple de brachyptères ou d'aptères donne dans sa descendance des macroptères, et qu'un couple de macroptères donne dans sa descendance des brachyptères, paraît indiquer que le macroptérisme, le brachyptérisme et l'aptérisme chez ces formes sont une question de *lignée*.

Le phénomène serait analogue à celui observé par Jennings chez les Paramécies ou encore par Cuénot et Mercier et d'autres, au sujet de la greffe cancéreuse chez les souris. Il semble bien, en effet, qu'il existe des lignées de valeur différente; telle lignée donnerait par exemple 84 pour 100 de brachyptères et 15 à 16 pour 100 de macroptères (exp. 1); telle autre 7 à 8 pour 100 de brachyptères et 92 à 93 pour 100 de macroptères (exp. 3); telle autre enfin 6 à 7 pour 100 d'aptères et 93 pour 100 de macroptères (exp. 4), etc.

MÉDECINE VÉTÉRINAIRE. — *La stomatite pustuleuse contagieuse des ovins.* Note de M. **Marcel Aynaud**, présentée par M. E. Roux.

Les auteurs décrivent sous les noms de *papillome infectieux des lèvres*, *stomatite ulcéreuse du mouton*, *ecthyma contagieux des lèvres*, *chancre galonneux*, *boutonneux*, *baveux*, *noir*, une affection commune à la chèvre et au mouton, et relevant, d'après mes recherches, d'un virus spécifique. Aussi, tenant compte de la nature virulente de la maladie et de ses lésions, je propose de la dénommer *stomatite pustuleuse contagieuse des ovins*. L'affection présente de grandes analogies, tant au point de vue clinique qu'anatomo-pathologique avec le *horse-pox* et le *cow-pox*. Bénigne en elle-même, elle peut avoir de graves conséquences lorsqu'elle survient dans des troupeaux soumis à d'autres causes de contagion ou mal tenus : les ulcérations de la bouche servent de porte d'entrée à une série d'agents d'infections secondaires, et l'on peut observer de fortes mortalités par lésions pulmonaires, intestinales, mal rouge, etc.

La maladie est très fréquente chez les agneaux et extrêmement contagieuse : des précautions rigoureuses s'imposent pour se mettre à l'abri des contaminations accidentelles et pour avoir la certitude de n'opérer que sur des sujets n'ayant pas eu la maladie spontanée. Tenant compte de ces observations, j'ai pu démontrer que non seulement la maladie était transmissible par inoculation de bouche à bouche, mais encore qu'elle était inoculable à la peau. A côté de la maladie naturelle, on peut ainsi créer une maladie de laboratoire, intéressante non seulement au point de vue de la pathologie générale, mais encore au point de vue pratique, puisque sa connaissance conduit à un procédé de vaccination.

Je recueille avec un tampon de ouate stérile le produit de sécrétion d'une ulcération buccale de la maladie naturelle, et je l'inocule par scarifications

superficielles sur la peau d'un agneau de l'année : les inoculations sont faites sur la peau des aisselles ou de la face interne des cuisses; elles échouent sur les régions couvertes de laine. Le troisième jour, on observe une légère saillie le long du trait d'inoculation nettement marqué en rouge. Le quatrième jour, l'épiderme est soulevé par des vésicules dont on peut extraire un liquide clair : ce liquide, qui contient des polynucléaires puriformes, est amicrobien. Le sixième jour, le liquide devient macroscopiquement purulent quoique toujours amicrobien : les vésico-pustules commencent à se dessécher le huitième jour et donnent lieu à la production de croûtes jaunâtres qui mettent une dizaine de jours à se dessécher, puis tombent, laissant à nu l'épiderme en voie de cicatrisation. L'inoculation ne donne pas lieu à des réactions générales appréciables.

Le virus se conserve dans les croûtes desséchées : des croûtes conservées en tube stérile sont pilées au mortier en présence de glycérine; une très faible partie seulement passe en suspension; une dilution au $\frac{1}{10000}$ donne cependant une inoculation positive. On s'explique ainsi la très grande contagiosité de la maladie naturelle.

Le virus se conserve dans la glycérine, ce qui constitue un point commun de plus avec la vaccine. Mais les deux virus sont nettement différenciés par l'inoculation aux différentes espèces animales; jusqu'ici, je ne suis point parvenu à transmettre le virus de la stomatite au lapin, au cobaye.

La maladie spontanée sévit surtout chez les jeunes, et il est légitime de supposer que les sujets âgés sont immunisés parce qu'ayant eu la maladie. Mes observations expérimentales aboutissent à la même conclusion : une première atteinte confert l'immunité : cette immunité atteint une période de neuf mois dans ma plus longue observation. De ces constatations, on peut déduire un procédé extrêmement simple de vaccination. La gravité de la maladie résulte en effet de sa localisation à la cavité buccale : en raison des conditions d'existence et de nourriture du mouton, de la fréquence dans les troupeaux des infections à Preisz-Nocard, de l'ubiguïté d'autres germes (*b. de Schmorl*, *pneumocoques*, *pasteurella*) les ulcérations buccales, aggravées par le mode d'alimentation, servent de porte d'entrée à une série de germes d'infections secondaires qui font toute la gravité de la stomatite pustuleuse contagieuse. Quand on inocule la maladie sur la peau, ces complications ne se produisent pas : la peau se cicatrise à l'abri d'une croûte protectrice. Il est donc permis d'espérer qu'en inoculant la maladie par voie cutanée, on se mettra à l'abri des redoutables infections secondaires résultant de la

localisation à la bouche de la maladie naturelle, tout en conférant aux animaux inoculés une immunité solide à l'égard de cette dernière.

En terminant, il me paraît opportun de souligner la différence de sensibilité de la peau suivant qu'il s'agit d'une région glabre ou couverte de laine, tant pour signaler le point aux expérimentateurs que pour marquer l'intérêt de cette immunité localisée.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Matériaux pour la reconstruction du manuscrit* A *de Léonard de Vinci, de la Bibliothèque de l'Institut.* Note de M. **G.-B de Toni**, présentée par M. L. Mangin.

Dans ma Note précédente ([1]), j'ai donné quelques détails préliminaires à propos des feuillets arrachés vers la moitié du siècle dernier au manuscrit E de Léonard de Vinci, d'après l'examen conduit par moi-même sur les manuscrits de M. J.-B. Venturi, déposés à la Bibliothèque municipale de Reggio-Emilia. Ce savant italien, qui demeura à Paris en 1796 et 1797, eut la fortune de pouvoir transcrire du manuscrit E plusieurs passages, avant que le précieux Codex du Vinci fût mutilé, savoir des cartes, aujourd'hui manquantes, 83, 87, 88, 95 (arguments de mécanique) et 96 (notice biographique du 27 septembre 1514; rapidité du mouvement des ailes de la mouche).

Au manuscrit A, le professeur Venturi avait emprunté des passages, qui permettent la reconstruction, au moins partielle, du même manuscrit. Ce dernier était, avant le vol, constitué par 114 feuilles, tandis qu'actuellement il en compte 63; des 51 cartes arrachées, 34 constituèrent le manuscrit Ashburaham I (plus tard 2038 de la Bibliothèque nationale), dont M. Ravaisson-Mollien (*Les manuscrits de Léonard de Vinci. Le manuscrit* H *de la Bibliothèque de l'Institut; Ash.* 2038 *et* 2037 *de la Bibliothèque nationale.* Paris, Quantin, 1891; in-folio) a cherché d'indiquer pour ses cartes la numération qu'elles auraient dû avoir, lorsqu'elles étaient partie intégrante du manuscrit A original. La revision que j'ai conduite sur les copies exécutées par Venturi m'a permis de rectifier quelques attributions données avec doute par M. Ravaisson-Mollien, savoir la feuille 2 correspond à l'ancienne carte 82 du manuscrit A, la 9 est la 99, la 11 est la 91; le manus-

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 618 et 620.

crit Asb. I est donc composé sûrement des cartes 81 à 114 de l'ancien A (moins, au reste, la carte 112 avec laquelle on a formé la carte première du manuscrit A).

Mais où sont allées les autres 17 cartes de l'ancien manuscrit A ? D'après M. Ravaisson-Mollien (*Les manuscrits de Léonard de Vinci. Le manuscrit A de la Bibliothèque de l'Institut.* Paris, Quantin, 1881 ; in-folio), les feuillets du Codex actuel A sont chiffrés, par Léonard, au recto de 1 à 42 et de 55 à 64, puisque le feuillet 54 fut arraché, et si maladroitement que la lacération a dû être faite avec une grande précipitation. Or je puis ici donner les premières lignes des extraits tirés par Venturi à un bon nombre de cartes (c'est-à-dire à 14 cartes sur le total de 17 qui manquent), et plus exactement de celles qui étaient numérotées de 65 à 80. Voici mes indications :

Carte 65 : « Quanto più s'appressa all' occhio la similitudine della cosa a lui contraposta, più diminuisce... » (avec figure).

Carte 66 : « La vite delle triangulari volte... ».

Carte 67 : « L'ombra prima è tanto più scura... ».

Carte 69 : « Il centro di qualunque cosa sospesa si fermerà sotto il suo sostentaculo... » (avec figure).

Carte 70 : « Se l'omo si reguarderà dentro allo specchio convesso... ».

Carte 71 : « Il chiodo di carro tratto colla punta in avanti... » (avec figure).

Carte 73 : « La trave si romperà in quelle parti più deboli... » (avec figure).

« Se il suono è causato dall' istrumento o dall' aria... ».

Carte 74 « L'acqua torbida à più ponderosa è pero più cava i lochipercorsi da lei... ».

Carte 75 : « Ogni tirare fatto sopra la sua lieva... ».

Prova a conoscere se l'acqua corre più di sopra che di sotto... » (avec figure).

Carte 76 : « La parte della vite segnata a è di duplicata fortezza... » (avec figures).

Carte 77 : « La virtù visiva non si causa in un punto... ».

Carte 78 : « Quella cosa fia meglio che l'altra veduta che cade per linea cetta sopra il mezzo di ciascuno occhio infra eguali angoli... ».

Carte 79 : « Quella cosa che fia veduta in aria oscura e turba, essendo bianca, parrà di maggiore forma che non è... ».

Carte 80 : « Quell' occhio che fia fregate essendo chiuso vederà il circolo della sua luce alquanto luminoso... ».

Avec ces indications, la tentative de découvrir où ont été dispersés les précieux feuillets qui composaient jadis le manuscrit A de Léonard de Vinci sera possible, sur lequel, ainsi que sur les manuscrits B et E, le vol a apporté le plus grand dommage.

A 17 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Physique, par l'organe de M. *Bouty*, remplaçant le Doyen empêché, présente la liste suivante de candidats à la place vacante, dans la Section de Physique générale, par le décès de M. *Gabriel Lippmann* :

En première ligne . . . . M. **Marcel Brillouin**

En seconde ligne, ex æquo et par ordre alphabétique . . . . MM. **Henri Abraham**, **Aimé Cotton**, **Charles Fabry**, **Anatole Leduc**, **Jean Perrin**

Les titres de ces candidats sont discutés.
L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17 heures trois quarts.

É. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances d'octobre 1921.

Dynamique appliquée, par L. Lecornu. Paris, Doin, 1921, 2e édition; 2 vol. 18cm,5.

Comptes rendus du Congrès international des mathématiciens (*Strasbourg*, 22-30 *septembre* 1920), publiés par Henri Villat. Toulouse, Édouard Privat, 1921; 1 vol. 28cm.

Antoine Chézy. Histoire d'une formule d'hydraulique, par G. Mouret. Extrait des *Annales des Ponts et Chaussées*, II, 1921. Paris, A. Dumas, 1921; 1 vol. 25cm.

Rôle des colloïdes chez les êtres vivants. Essai de biocolloïdologie, par Auguste Lumière. Paris, Masson et Cie, 1921; 1 vol. 19cm. (Présenté par M. E. Roux.)

Déodat Dolomieu, membre de l'Institut national (1750-1801). *Sa vie aventureuse, sa captivité, ses œuvres, sa correspondance*, publié par A. Lacroix. Paris, Perrin, 1921; 2 vol. 28cm.

Notions fondamentales de Chimie organique, par Charles Moureu. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1921; 1 vol. 23cm.

Les industries chimiques régionales de la France, par Paul Baud. Paris, Doin, 1921; 1 vol. 19cm. (Présenté par M. Haller.)

Le parasitisme et la symbiose, par Maurice Caullery. Paris, Doin, 1921; 1 vol. 18cm,5. (Présenté par M. Henneguy.)

Verstand-contra Relativität, par Giulio Alliata. Chez l'auteur, Locarno (Schweiz), 1921; 1 fasc. 21cm.

Étude complète des spirales logarithmiques par nos méthodes élémentaire et analytique, par E.-E. Marchand Bey. Chez l'auteur, Livry-sur-Seine (près Melun) (Seine-et-Marne), 1921; 1 fasc. 25cm.

Quelques observations élémentaires sur les nombres entiers. Théorème de Fermat, par Muica. Bucarest, « Viata Romaneasca », 1921; 1 fasc. 23cm.

La distribution géographique des animaux, par E.-L. Trouessart. Paris, Doin, 1922; 1 vol. 18cm,5. (Présenté par M. Bouvier.)

Carte photographique et systématique de la Lune, par C. Le Morvan; pl. I A à XXIV A. Paris, Observatoire, 1914; 4 fasc. 50cm. (Présenté par M. Bigourdan.)

Leçons sur les fonctions entières, par Émile Borel. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1921, 2e édition; 1 vol. 24cm.

Technique of the Teat and Capillary Glass Tube, by Sir Almroth-E. Wright and Leonard Colebrook. Londres, Constable, 1921; 1 vol. 25cm.

Das Klima des Eiszeitalters, par RUDOLF SPITALER. Prague, Selbstverlag, 1921; 1 fasc. $30^{cm},5$.

La gravifique einsteinienne, par TH. DE DONDER. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1921; 1 vol. $31^{cm},5$.

ERRATA.

(Séance du 2 novembre 1921.)

Note de M. *P. Dejean*, Champ démagnétisant et paramagnétisme :

Page 770, lignes 8 et 9 en remontant (notes non comprises), supprimer l'alinéa et *lire* est plus petit, on conçoit combien.

Page 771, lignes 6 et 7 en remontant, *au lieu de* paramagnétique, *lire* paramagnétisme.